

## 5.2 Probleemoplossen Achtergrondinformatie

### Opgaven maken

#### Inleiding

Bij natuurkunde heeft ‘opgaven maken’ onder andere betrekking op het oplossen van complexe opgaven nadat nieuwe leerstof is aangeleerd. De leerling moet in een nieuwe situatie, vaak ontleend aan het dagelijks leven, een antwoord vinden op het gestelde probleem met gebruikmaking van bekende leerstof.

In de natuurkundelessen is op verschillende momenten aandacht voor probleemoplossen:

- bij het voordoen hoe je een opgave oplost,
- bij het observeren hoe leerlingen het maken van opgaven aanpakken,
- bij het begeleiden van leerlingen bij het maken van opgaven.

Er zijn verschillende manieren om een vraagstuk systematisch aan te pakken, en ieder ontwikkelt na verloop van tijd een eigen stijl van aanpakken. Hieronder hanteren we de indeling in vier fasen van de systematische probleemaanpak (SPA) zoals die veel in het voortgezet onderwijs wordt gebruikt.

#### Systematische probleemaanpak: stappenplannen

Vraagstukken maken moet je als leerling voor natuurkunde en scheikunde vaak doen. De ene keer gaat het om het berekenen met een redenering, een andere keer om het verklaren met een argumentatie.

Voor leraren zijn de meeste vraagstukken geen probleem, want de standaardoplossing schiet hen onmiddellijk te binnen en het vraagstuk is eigenlijk al opgelost. Voor leerlingen is het vinden van die standaardoplossing juist het grote probleem.

Voor de onderbouw wordt vaak een eenvoudig stappenplan gehanteerd. In het voorbeeld hieronder gaat het om een stappenplan voor eenvoudige rekenopgaven.

<b>Opgave</b>	
Een spoorboom van 72 kg heeft een zwaartepunt op 2,4 m van het draaipunt. Het contragewicht heeft een massa van 250 kg. Bereken de plaats van het zwaartepunt van het contragewicht.	
<b>Oplossing</b>	
Gegevens:	Spoorboom: $m = 72$ kg en $d = 2,4$ m. Contragewicht: $m = 250$ kg.
Gevraagde:	Contragewicht: $d = ?$
Formules:	$F_z = m \cdot g$ , $M = F \cdot d$ en $M_{\text{links}} = M_{\text{rechts}}$ .
Berekening:	Spoorboom: $F_z = 72 \cdot 9,8 = 705,6$ N. $M = 705,6 \cdot 2,4 = 1693$ Nm. Contragewicht: $F_z = 250 \cdot 9,8 = 2450$ N. Het krachtmoment van het contragewicht moet even groot zijn als het krachtmoment van de slagboom: $1693 = 2450 \cdot d \rightarrow d = 1693/2450 = 0,69$ m.
Antwoord:	Het zwaartepunt van het contragewicht zit op 0,69 m van het draaipunt.

1	Gegevens
2	Gevraagde
3	Formules
4	Berekening
5	Antwoord

Figuur 2 – Een stappenplan voor eenvoudige rekenopgaven.

Figuur 1 – Voorbeeld van een eenvoudige rekenopgave en de uitwerking daarvan volgens een stappenplan.

De opgave van figuur 1 is uitgewerkt volgens het stappenplan van figuur 2, dat

bedoeld is voor eenvoudige rekenopgaven. Er bestaan hiervan verschillende varianten.

In het voorbeeld hieronder gaat het om een complexe rekenopgave, die vraagt om een ander soort stappenplan.

**Opgave**

De afstand AB bedraagt 160 km. Om 6:00 uur vertrekt er een auto uit A met een snelheid van 40 km/h richting B, waar om 6:30 uur een auto richting A vertrekt met een snelheid van 30 km/h.  
Waar en hoe laat komen de auto's elkaar tegen?

**Oplossing**

Oriënteren en analyseren:

Plan maken: Auto P met een snelheid van 40 km/h legt tussen 6:00 en 6:30 uur een afstand van 20 km af.  
Voor auto P geldt vanaf 6:30 uur:  $s_P = v_P \cdot t = 40 \cdot t$ .  
Voor auto Q geldt vanaf 6:30 uur:  $s_Q = v_Q \cdot t = 30 \cdot t$ .  
Op het moment dat ze elkaar tegenkomen geldt:  $s_P + s_Q = 140$  km.

Uitwerken:  $s_P + s_Q = 140 \rightarrow 40 \cdot t + 30 \cdot t = 140 \rightarrow 70 \cdot t = 140 \rightarrow t = 2,0$  uur. De auto's komen elkaar dus tegen om 8:30 uur.  
Voor auto P geldt tussen 6:30 en 8:30 uur:  $s_P = 40 \cdot 2,0 = 80$  km. Deze auto bevindt zich dan om 8:30 uur op een afstand van  $20 + 80 = 100$  km van punt A.  
Voor auto Q geldt tussen 6:30 en 8:30 uur:  $s_Q = 30 \cdot 2,0 = 60$  km. Deze auto bevindt zich dan om 8:30 uur op een afstand van 60 km van punt B.

Controleren en evalueren: Het punt waar de auto's elkaar tegenkomen ligt op 100 km van punt A en 60 km van punt B. De onderlinge afstand van de punten A en B is dus 160 km. Dat klopt met het gegeven in de opgave.  
Het punt waar de auto's elkaar tegenkomen ligt verder van punt A dan van punt B. Dat kan kloppen, want auto P rijdt met een grotere snelheid gedurende een langere tijd dan auto Q.

- |   |                          |
|---|--------------------------|
| 1 | Oriënteren en analyseren |
| 2 | Plan maken               |
| 3 | Uitwerken                |
| 4 | Controleren en evalueren |

Figuur 4 – Een stappenplan voor complexe rekenopgaven.

Figuur 3 – Voorbeeld van een complexe rekenopgave en de uitwerking daarvan volgens een stappenplan.

De opgave van figuur 3 is uitgewerkt volgens het stappenplan van figuur 4, dat bedoeld is voor complexe rekenopgaven. Dat stappenplan heeft vier fasen, die hieronder worden uitgewerkt.

**Oriënteren en analyseren** – Wat is er aan de hand? Als je een vraagstuk gaat maken, moet je duidelijk krijgen wat het probleem precies is en over welke situatie het gaat. Het begint met een vraagstuk actief te lezen. Je maakt een schematische tekening en schrijft de gegevens en het gevraagde overzichtelijk op, bij voorkeur met symbolen. Je zoekt relevante theorie en informatie op in je geheugen of in je boek, en noteert die. Je vormt je ideeën over de probleemsituatie en over mogelijke oplossingen. Je maakt een schatting van de uitkomst. Het zichtbare product van deze fase is een volledige situatieschets of schema.

**Plan maken** – Hoe ga ik het aanpakken? Tijdens het oriënteren en analyseren moet je op een gegeven moment een duidelijk idee krijgen hoe je het vraagstuk

- Wat is er gegeven? Welke symbolen horen daarbij? Staat het in de goede eenheden?
- Wat is er gevraagd? Welk symbool hoort daarbij?
- Welke formule(s) moeten we gebruiken?
- Hoe pak je de berekening aan?
- Wat is het antwoord? Kan dat kloppen?

Figuur 5 – Begeleidingsvragen voor eenvoudige rekenopgaven.

- Wat is er aan de hand? Kun je een tekening maken? Wat is gegeven? Wat is gevraagd?
- Hoe pak je het aan? In welke volgorde? Met welke formules? Wat weet je er al van? Is er een standaard-aanpak?
- Welke berekeningen zijn zeker goed?
- Wat is het antwoord? Kan dat kloppen? Is het realistisch?

Figuur 6 – Begeleidingsvragen voor complexe rekenopgaven.

gaat oplossen. Soms ken je voor het vraagstuk de standaardoplossing, dan hoeft je het vraagstuk alleen nog uit te werken. Als je de standaardoplossing niet (direct) kent, dan moet je het probleem eerst nog omwerken tot een standaardprobleem. Welke informatie is voor het probleem belangrijk en welke is onbelangrijk? Welke vereenvoudigingen van het probleem zijn verantwoord en/of nodig? Hoe moeten wetten en formules gespecificeerd worden voor dit probleem? Het zichtbare product van deze fase is een puntsgewijze aanpak.

**Uitwerken** – Wat is het antwoord? Als het probleem is omgewerkt tot een standaardprobleem, rest het uitwerken van het probleem volgens het puntsgewijze plan van aanpak. Het zichtbare product van deze fase is een uitwerking van het vraagstuk.

**Controleren en evalueren** – Kan dat kloppen? En wat heb ik er van geleerd? Als je het antwoord op het gevraagde hebt, ben je nog niet klaar: een controle van ingevulde waarden en berekeningen is op zijn plaats. Geef je antwoord op het gevraagde? Is het antwoord redelijk, gezien praktijkwaarden? Klopt het met je benadering of schatting? Bovendien leer je van het maken van een vraagstuk meer als je na afloop nagaat hoe je het vraagstuk hebt aangepakt!

Deze algemene aanpak van probleemoplossen wordt aangevuld met domeinspecifieke aanpakken. Denk daarbij aan schakelingen bij elektriciteit, constructies bij beeldvorming, systemen en deelsystemen bij mechanica.

### Voordoen en begeleiden

De vier fasen van een systematische probleemaanpak gelden niet alleen voor het door leerlingen laten maken van vraagstukken, maar ook voor het als leraar voordoen van vraagstukken en het begeleiden van de leerlingen bij het maken van vraagstukken.

Bij dat voordoen en begeleiden is het van belang dat je niet direct uitleg geeft. Bij het uitleggen door de leraar hoeft de leerling niet zelf na te denken, en leert hij of zij te weinig een eigen aanpak. Ga na waar de leerling is met zijn of haar aanpak en probeer eerst de eigen gedachtegang te stimuleren door vragen te stellen en activerende opdrachten te geven. De in figuur 5 en 6 weergegeven suggesties voor begeleidingsvragen passen bij de eerder gegeven stappenplannen voor eenvoudige en complexe rekenvragen.