

Vallende kegels

Een praktische opdracht voor wiskunde en natuurkunde
Tijdsindicatie: 10slu



Cd β , Universiteit Utrecht
Versie 1.0

november 2002

Bijeenkomst 1: Oriëntatie en werkplan

1.A. Oriëntatie

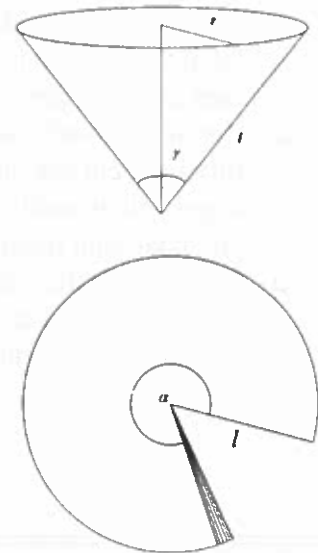
1. Je docent laat een kegel vallen.
2. Maak enkele verschillende kegels die met een kleinere eindsnelheid vallen dan de kegel die je docent liet vallen.
Waar hangt mogelijk de eindsnelheid van een kegel van af?
3. Je gaat aan de hand van deze eerste experimenten kijken wat je wilt gaan onderzoeken.
Vorm een groepje met mensen die hetzelfde willen onderzoeken.

1.B. Bedenken van een onderzoeksvraag:

Bedenk een onderzoeksvraag met een bijbehorend onderzoek over de vallende kegel dat je met je groep in 9 slu kunt plannen, uitvoeren en in de vorm van een demonstratie met uitleg aan medeleerlingen kunt rapporteren.

Enkele nog niet erg uitgewerkte ideeën voor onderzoeken zijn:

- Is er een relatie tussen de massa en de eindsnelheid bij een kegel? Zo ja, onderzoek die relatie:
 - Gebruik de gegevens over wrijvingskracht en kegels om een eventuele wiskundige relatie tussen massa m en eindsnelheid v_{eind} af te leiden.
 - Onderzoek in een experiment de eventuele relatie tussen eindsnelheid v_{eind} en massa m van kegels.
- Is er een relatie tussen de lengte van de ribbe l bij een kegel en de eindsnelheid v_{eind} ? Zo ja, onderzoek die relatie
 - Gebruik de gegevens over wrijvingskracht en kegels om een eventuele wiskundige relatie tussen lengte van de ribbe l en eindsnelheid v_{eind} af te leiden
 - Onderzoek in een experiment een eventuele relatie tussen eindsnelheid v_{eind} en lengte van de ribbe l .
- Is er een relatie tussen frontaal oppervlak A en eindsnelheid v_{eind} van een kegel? Zo ja, onderzoek die relatie.
 - Gebruik de gegevens over wrijvingskracht en kegels om een eventuele wiskundige relatie tussen frontale oppervlakte A en eindsnelheid v_{eind} van een kegel af te leiden.
 - Onderzoek in een experiment een eventuele relatie tussen de eindsnelheid v_{eind} en de oppervlakte A van de grondcirkel
- Is er een relatie tussen manteloppervlakte Opp (het gebruikte papier) en eindsnelheid v_{eind} van een kegel? Zo ja, onderzoek die relatie.
 - Gebruik de gegevens over wrijvingskracht en kegels om een eventuele wiskundige relatie tussen manteloppervlakte Opp en eindsnelheid v_{eind} af te leiden.
 - Onderzoek in een experiment de relatie tussen eindsnelheid v_{eind} en grootte van de oppervlakte van de mantel Opp .
- Is er een relatie tussen tophoek γ en eindsnelheid v_{eind} van een kegel. Zo ja, onderzoek die relatie.
 - Gebruik de gegevens over kegels, oppervlakken en dergelijke om een wiskundige relatie tussen de tophoek γ en het frontaal oppervlak A van de grondcirkel af te leiden.
 - Onderzoek in een experiment de eventuele relatie tussen eindsnelheid v_{eind} en tophoek γ .



Het is voor de opzet van je onderzoek belangrijk van te voren eens met de formules aan de slag te gaan en te kijken of je al een idee kunt krijgen van hoe de grootheden van elkaar afhangen. Daaruit kun je waarschijnlijk zien welke grootheden je bijvoorbeeld juist constant moet houden in de opzet van je experiment.

Aanwijzing: zie voor theorie je boek Het werken met hoeken in radialen sluit aan bij de goniometrie (in je wiskundeboek)

1.C. Afspraken maken

Overleg als groepje wat gedaan moet worden voor de volgende keer. Hieronder staat al een en ander. Verdeel het werk, spreek een moment af om te overleggen en de voortgang te bespreken.

1.D. Overleg met docent

Jullie moeten het leerling-schema invullen en aan je docent laten zien. Deze kan met behulp van dat schema zien of jullie voldoende inzicht in je proef hebben en voldoende weten wat je moet doen om de volgende keer echt verder te kunnen.. Voordat je schema is goedgekeurd mag je niet verder!

Activiteiten tussen bijeenkomst 1 en bijeenkomst 2 (tijdsindicatie: 2slu)

In bijeenkomst 2 zal een groot deel van het experimenteren moeten gebeuren. Dat betekent dat voor die tijd duidelijk moet zijn wat en hoe gemeten gaat worden.

- Werk de proef theoretisch uit. Dat betekent dat je probeert te komen tot een goede wiskundige voorspelling van de relatie tussen eindsnelheid en de grootte die jouw groepje gaat variëren. Bij de laatste suggestie voor een onderzoek is dat niet mogelijk, daarom staat daar ook een andere vraag bij de meer wiskundige invulling.
- Werk de proef praktisch uit. Dat betekent dat je aan moet geven wat voor kegels je gaat laten vallen, hoe je bepaalde grootheden constant gaat houden of juist variëren. Je laat ook zien dat je er aan gedacht hebt hoe je voldoende nauwkeurig kunt meten.
- Bereid het werk van bijeenkomst 2 voor. Als je meer nodig denkt te hebben dan bijvoorbeeld een stopwatch of een meetlint, vraag dat dan van te voren aan. Maak vast de kegels die je nodig denkt te hebben. Bijeenkomst 2 is niet zo lang dat je dit soort zaken allemaal kunt doen en ook nog uitgebreid experimenteren.
- Geef een papier met jullie meetplan tenminste drie dagen voor de tweede bijeenkomst aan je docent. Dan kan deze aangeven of jullie groep op een goed spoor zit.
- Bedenk hoe je straks je resultaten gaat presenteren.

Bijeenkomst 2

2.B. Experimenteren:

Je gaat experimenteren. De benodigde apparatuur heb je van tevoren aangevraagd, kegels gemaakt en nagedacht over een opzet van je experiment.

Je docent zal jullie van commentaar voorzien terwijl jullie bezig zijn.

Als je eerder klaar bent met experimenteren kun je vast beginnen de meetgegevens uit te werken

2.C. Afspraken maken:

Overleg met je groep wat voor de volgende keer gedaan moet worden. De tijd is de derde bijeenkomst beperkt. Elke groep houdt een posterpresentatie tijdens die bijeenkomst of levert een verslag in en de totale groep moet nog aandacht aan de nabespreking van deze opdracht besteden. Er zal net genoeg tijd zijn om een goede opzet voor de poster praktisch uit te werken.

2.D. Overleg met docent.

Aan de hand van jullie verder ingevulde leerling-schema en meetresultaten moet je van je docent te horen krijgen dat jullie voldoende metingen hebben gedaan, die bovendien voldoende nauwkeurig en valide zijn om aan de verslaglegging en verdere uitwerking te beginnen.

Activiteiten tussen bijeenkomst 2 en bijeenkomst 3 (tijdsindicatie: 2slu)

- De resultaten van de metingen worden uitgewerkt. (voordat je met iets anders verder kunt)
- Er worden conclusies getrokken over de geldigheid van de hypothese.
- De onderzoeksvraag wordt beantwoord.
- Voor de poster of het verslag is al een goede opzet gemaakt en een deel van het werk is al gedaan.



Bijeenkomst 3

3.B. Werken aan presentatie en verslag:

De groep bereidt de poster voor of maakt het verslag af.. Eventuele sheets worden gemaakt.

3.C. Posterpresentaties:

Bij dit onderdeel worden de posters bekeken en beoordeeld. De verslagen die gemaakt zijn, worden door anderen gelezen.

3.D. Terugblik op de praktische opdracht

De docent leidt de plenaire discussie. Er komen vragen aan de orde als:

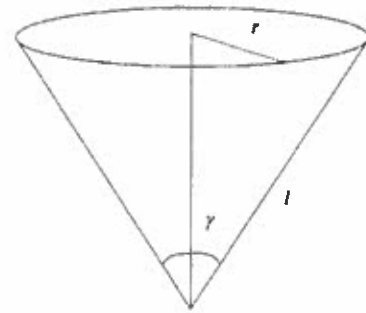
- Hoe wordt deze manier van werken gewaardeerd?
- Hoeveel tijd heb je aan de opdracht besteed? Als het duidelijk minder dan 10h is geweest: Was dat genoeg? Als het duidelijk teveel is geweest: Hoe komt dat?
- Als er 10h besteed is en de opdracht is duidelijk niet echt afgemaakt: Waardoor ben je in tijdnood gekomen en hoe voorkom je dat een volgende keer?
- Vind je dat je inderdaad kunt spreken van een opdracht voor wiskunde en natuurkunde?
- Was de begeleiding goed, de tekst helder, was er voldoende hulp, was de opdracht uitdagend genoeg...?



Formules en afspraken

Afspraken:

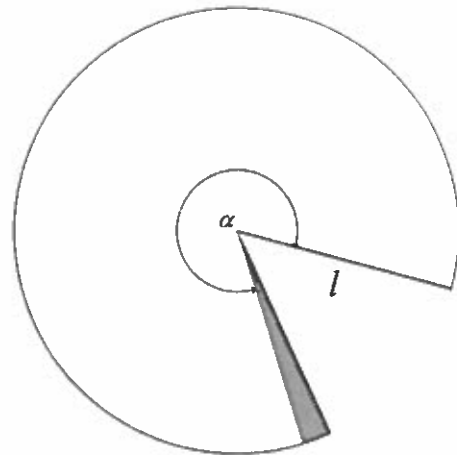
- De tophoek van de kegel zoals je in *Figuur 1* ziet, heet γ .
- De lengte van de schuine zijde van de kegel (ook wel apothema genoemd) geven wij aan met l . De l zie je in beide figuren terug!
- De straal van de grondcirkel van de kegel noemen we r . De oppervlakte van deze cirkel noemen we A . Zie hiervoor *Figuur 1*.
- De hoek van de kegeluitslag heet α . Kijk in *Figuur 2*.
- Voor de grootte van de valversnelling gebruiken we als symbool de letter g .
- Voor snelheid gebruiken we v , voor verplaatsing s , voor versnelling van een voorwerp a , voor tijd de letter t .



Figuur 1: kegel

Cirkelformules:

- Omtrek grondcirkel: $O_{\text{grondcirkel}} = 2 \cdot \pi \cdot r$ (1)
- Oppervlakte grondcirkel: $A_{\text{grondcirkel}} = \pi \cdot r^2$ (2)
- Omtrek kegeluitslag: $O_{\text{uitslag}} = \alpha \cdot l$ (3)
met α in radialen en voor de straal van de cirkel l !
- Oppervlakte kegeluitslag: $A_{\text{uitslag}} = \left(\frac{\alpha}{2\pi}\right) \cdot \pi \cdot l^2$ (4)
Met α de hoek van de kegeluitslag in radialen en met l de straal van de cirkel van de kegeluitslag.



Figuur 2: kegeluitslag

Formules voor bewegen:

- Voor de zwaartekracht geldt: $F_z = m \cdot g$ (5)
- Voor wrijvingskracht met de lucht geldt: $F_w = K \cdot A \cdot v^2$ (6)
waarbij met A het frontaal oppervlak van het voorwerp dat in de lucht beweegt, wordt bedoeld. In dit geval is dat dus de oppervlakte $A_{\text{grondcirkel}}$ van de grondcirkel. De constante K hangt als het goed is alleen van de vorm van de kegel af, niet van de oppervlakte.
- Als op een voorwerp geen krachten werken of de krachten heffen elkaar op, dan ondervindt het voorwerp geen versnelling en is de snelheid constant! Dus als $F_{\text{res}} = 0$ (7)
geldt $a = 0$ (8)
- Bij constante snelheid geldt $s = v \cdot t$ (9)

Divers

- Je maakt een kegel door uit een cirkelvormig vel papier een stuk te knippen. Dan plak je de randen tegen elkaar. Zie ook *Figuur 2*. Het grijze gebied is bedoeld als rand om te plakken.
- Je praat bij papier niet over de dichtheid maar over de massa per oppervlakte-eenheid W in g/m^2 . Gewoon kopieerpapier is meestal 80-grams ($W=80 \text{ g/m}^2$). De massa m van het gebruikte stuk papier met oppervlakte A kun je zo berekenen met $m = W \cdot A$ (10)

Onderzoek naar de relatie tussen de grootte van de tophoek en de eindsnelheid

Als je deze onderzoeksvraag kiest, betekent dat, dat de rest van je onderzoek gericht moeten zijn op het vinden van een antwoord en dus in dit geval een verband.

Dat betekent onder meer dat je onderzoek **valide** moet zijn: het onderzoek moet erop gericht zijn een antwoord op je vraag te vinden en niets anders.

Verder moet je onderzoek **betrouwbaar** zijn: Als een ander dat onderzoek uitvoert, moet er hetzelfde uitkomen. De uitslag mag niet van het toeval afhangen.

Bij de betrouwbaarheid en validiteit hoort ook de vraag **hoe zeker** je van je antwoord bent. Je moet dus weet hebben van hoe zeker of onzeker je metingen zijn.

Het bovenstaande houdt in dat je goed moet weten wat de verschillende begrippen inhouden.

Om je te helpen volgen hier wat richtvragen.

- Welke grootheden moeten constant blijven als je de tophoek γ van de kegel gaat variëren?
 - Lukt dat voor alle grootheden of moet je een keus maken?
 - Hoe ga je deze variabelen constant houden?
 - Het gaat om de relatie tussen eindsnelheid en tophoek γ van de kegel.
 - Is de eindsnelheid constant?
 - Wat geldt er dan voor de versnelling van de kegel?
 - Wat kun je zeggen over wrijvingskracht van de lucht op de kegel en de zwaartekracht op de kegel?
 - Waar hangt de constante K van af?
 - Hoe hangen zwaartekracht en tophoek van elkaar af?
 - Wat is de relatie tussen de massa m van de kegel en de tophoek γ ?
 - Hoe hangen zwaartekracht en massa van elkaar af?
 - Met behulp van de gestelde vragen kun je wel een idee krijgen of de eindsnelheid toeneemt of afneemt bij stijgende tophoek. Doe een suggestie voor de relatie tussen de constante K en de tophoek γ .
-
- Hoe ga je de tophoek variëren en toch zoveel mogelijk andere variabelen constant houden?
 - Hoe lang doet een kegel met een kleine tophoek erover om zijn eindsnelheid te bereiken? Van welke hoogte moet je deze kegel laten vallen zodat deze ook daadwerkelijk zijn eindsnelheid bereikt?
 - Je hebt al gespeeld met kegels. Hoe ga je de snelheid bepalen van de kegels?

Tip: Een zwaardere kegel doet er langer over om zijn eindsnelheid te bereiken dan een lichtere. Gebruik voor het maken van de kegels dus niet te zwaar papier en maak je kegels niet te groot.

Onderzoek naar de relatie tussen eindsnelheid en lengte van de ribbe

Als je deze onderzoeksvraag kiest, betekent dat, dat de rest van je onderzoek gericht moeten zijn op het vinden van een antwoord en dus in dit geval een verband.

Dat betekent onder meer dat je onderzoek **valide** moet zijn: het onderzoek moet erop gericht zijn een antwoord op je vraag te vinden en niets anders.

Verder moet je onderzoek **betrouwbaar** zijn: Als een ander dat onderzoek uitvoert, moet er hetzelfde uitkomen. De uitslag mag niet van het toeval afhangen.

Bij de betrouwbaarheid en validiteit hoort ook de vraag **hoe zeker** je van je antwoord bent. Je moet dus weet hebben van hoe zeker of onzeker je metingen zijn.

Het bovenstaande houdt in dat je goed moet weten wat de verschillende begrippen inhouden.

Om je te helpen volgen hier wat richtvragen.

- Welke grootheden moeten verder constant blijven als je de lengte van de ribbe l van de kegel gaat variëren? Kunne alle andere grootheden van de kegel constant blijven of moet je een keus maken?
- Het gaat om de relatie tussen eindsnelheid v_{eind} en lengte van de ribbe l van de kegel.
 - Is de eindsnelheid constant?
 - Wat geldt er dan voor de versnelling van de kegel?
 - Wat kun je zeggen over wrijvingskracht van de lucht op de kegel en de zwaartekracht op de kegel?
 - Waar hangt de constante K van af?
 - Hoe hangen zwaartekracht en lengte van de ribbe l van de kegel van elkaar af?
 - Hoe hangt de massa m van de kegel af van de lengte van de ribbe l ?
 - Wat is het verband tussen zwaartekracht en massa?
- Leid nu met hulp van de hierboven gestelde vragen af hoe je de eindsnelheid als functie van lengte l van de ribbe kunt schrijven ($v_{eind}(lengte) = functie(lengte)$).
- Hoe moet de grafiek van v_{eind} als functie van l eruitzien?
- Hoe ga je l variëren en de andere variabelen gelijk houden?
- Je hebt al gespeeld met kegels. Hoe ga je de snelheid bepalen van de kegels?

Tip: Een zwaardere kegel doet er langer over om zijn eindsnelheid te bereiken dan een lichtere. Gebruik voor het maken van de kegels dus niet te zwaar papier en maak je kegels niet te groot.

Onderzoek naar de relatie tussen eindsnelheid en massa

Als je deze onderzoeksvraag kiest, betekent dat, dat de rest van je onderzoek gericht moeten zijn op het vinden van een antwoord en dus in dit geval een verband.

Dat betekent onder meer dat je onderzoek **valide** moet zijn: het onderzoek moet erop gericht zijn een antwoord op je vraag te vinden en niets anders.

Verder moet je onderzoek **betrouwbaar** zijn: Als een ander dat onderzoek uitvoert, moet er hetzelfde uitkomen. De uitslag mag niet van het toeval afhangen.

Bij de betrouwbaarheid en validiteit hoort ook de vraag **hoe zeker** je van je antwoord bent. Je moet dus weet hebben van hoe zeker of onzeker je metingen zijn.

Het bovenstaande houdt in dat je goed moet weten wat de verschillende begrippen inhouden.

Om je te helpen volgen hier wat richtvragen.

- Welke grootheden moeten verder constant blijven als je de massa gaat variëren? Is dat mogelijk?
- Het gaat om de relatie tussen eindsnelheid en massa.
 - Is de eindsnelheid constant bij het vallen van een kegel?
 - Wat geldt er dan voor de versnelling van de kegel?
 - Wat kun je dan zeggen over wrijvingskracht van de lucht op de kegel en de zwaartekracht op de kegel?
 - Hoe hangen zwaartekracht en massa van elkaar af?
 - Leid nu uit de hierboven gesuggereerde formules af hoe je de eindsnelheid als functie van de massa kunt schrijven ($v_{eind}(massa) = functie(massa)$)
- Hoe moet de grafiek van v_{eind} als functie van m eruitzien?
- Hoe ga je de massa van de kegel variëren?
- Je hebt al gespeeld met kegels. Hoe ga je de eindsnelheid bepalen van de kegels?

Tip: Een zwaardere kegel doet er langer over om zijn eindsnelheid te bereiken dan een lichtere. Gebruik voor het maken van de kegels dus niet te zwaar papier en maak je kegels niet te groot.

Onderzoek naar de relatie tussen de oppervlakte van de kegeluitslag en de eindsnelheid

Als je deze onderzoeksvraag kiest, betekent dat, dat de rest van je onderzoek gericht moeten zijn op het vinden van een antwoord en dus in dit geval een verband.

Dat betekent onder meer dat je onderzoek **valide** moet zijn: het onderzoek moet erop gericht zijn een antwoord op je vraag te vinden en niets anders.

Verder moet je onderzoek **betrouwbaar** zijn: Als een ander dat onderzoek uitvoert, moet er hetzelfde uitkomen. De uitslag mag niet van het toeval afhangen.

Bij de betrouwbaarheid en validiteit hoort ook de vraag **hoe zeker** je van je antwoord bent. Je moet dus weet hebben van hoe zeker of onzeker je metingen zijn.

Het bovenstaande houdt in dat je goed moet weten wat de verschillende begrippen inhouden.

Om je te helpen volgen hier wat richtvragen.

- Welke grootheden moeten constant blijven als je de uitslagoppervlakte ($A_{uitslag}$) van de kegel met de ribbe l gaat variëren? Lukt dat of moet je tussen de verschillende grootheden een keuze maken?
- Het gaat om de relatie tussen eindsnelheid v_{eind} en oppervlakte van de kegeluitslag $A_{uitslag}$ van de kegel.
 - Is de eindsnelheid v_{eind} constant?
 - Wat geldt er dan voor de versnelling van de kegel?
 - Wat kun je zeggen over wrijvingskracht van de lucht op de kegel en de zwaartekracht op de kegel?
 - Waar hangt de constante K van af?
- Hoe hangen zwaartekracht en oppervlakte van de kegeluitslag van elkaar af?
 - Wat is het verband tussen massa m en oppervlakte van de kegeluitslag $A_{uitslag}$?
 - Wat is het verband tussen massa en zwaartekracht?
- Leid nu met hulp van de hierboven gestelde vragen af hoe je de eindsnelheid v_{eind} als functie van de oppervlakte van de kegeluitslag $A_{uitslag}$ kunt schrijven
($v_{eind}(A_{uitslag}) = \text{functie}(A_{uitslag})$)
- Hoe moet de grafiek van v_{eind} als functie van $A_{uitslag}$ eruitzien?
- Hoe ga je $A_{uitslag}$ variëren en de andere variabelen gelijk houden?
- Waar hangt de massa van de kegel van af?
- Je hebt al gespeeld met kegels. Hoe ga je de snelheid v_{eind} bepalen van de kegels?

Tip: Een zwaardere kegel doet er langer over om zijn eindsnelheid te bereiken dan een lichtere. Gebruik voor het maken van de kegels dus niet te zwaar papier en maak je kegels niet te groot.

Onderzoek naar de relatie tussen de oppervlakte van de grondcirkel en de eindsnelheid

Als je deze onderzoeksvraag kiest, betekent dat, dat de rest van je onderzoek gericht moeten zijn op het vinden van een antwoord en dus in dit geval een verband.

Dat betekent onder meer dat je onderzoek **valide** moet zijn: het onderzoek moet erop gericht zijn een antwoord op je vraag te vinden en niets anders.

Verder moet je onderzoek **betrouwbaar** zijn: Als een ander dat onderzoek uitvoert, moet er hetzelfde uitkomen. De uitslag mag niet van het toeval afhangen.

Bij de betrouwbaarheid en validiteit hoort ook de vraag **hoe zeker** je van je antwoord bent. Je moet dus weet hebben van hoe zeker of onzeker je metingen zijn.

Het bovenstaande houdt in dat je goed moet weten wat de verschillende begrippen inhouden.

Om je te helpen volgen hier wat richtvragen.

- Welke grootheden moeten constant blijven als je de grondoppervlakte A van kegel gaat variëren? Lukt dat allemaal of moet je een keus maken?
- Het gaat om de relatie tussen eindsnelheid v_{eind} en kegeloppervlakte A
 - Is de eindsnelheid v_{eind} constant?
 - Wat geldt er dan voor de versnelling van de kegel?
 - Wat kun je zeggen over wrijvingskracht van de lucht op de kegel en de zwaartekracht op de kegel?
 - Waar hangt de constante K van af?
 - Hoe hangen zwaartekracht en kegeloppervlakte A van elkaar af?
 - Hoe hangt de massa m af van de grootte van de kegeloppervlakte A ?
 - Hoe hangen zwaartekracht en massa van elkaar af?
- Leid nu met hulp van de hierboven gestelde vragen af hoe je de eindsnelheid v_{eind} als functie van de grondoppervlakte A kunt schrijven ($v_{eind}(A) = \text{functie}(A)$)
- Hoe moet de grafiek van v_{eind} als functie van A eruitzien?
- Hoe ga je A variëren en de andere variabelen gelijk houden?
 - Hoe doe je dat bijvoorbeeld met de massa van de kegel?
- Je hebt al gespeeld met kegels. Hoe ga je de snelheid v_{eind} bepalen van de kegels?

Tip: Een zwaardere kegel doet er langer over om zijn eindsnelheid te bereiken dan een lichtere. Gebruik voor het maken van de kegels dus niet te zwaar papier en maak je kegels niet te groot.

