

# Vallende kegels

## Docentenhandleiding

Een praktische opdracht voor wiskunde en natuurkunde



Cdβ, Universiteit Utrecht  
Versie 1.0  
November 2002

**Inleiding:**

Het onderzoek “vallende kegels” is een praktische opdracht voor 5VWO voor de vakken wiskunde en natuurkunde voor een duur van 10 sl.

De opdracht dient als een oefening in onderzoek doen met een knipoog naar het profielwerkstuk, dat zich over twee of meer vakken mag uitstrekken. Vandaar dat we ook wel spreken over een mini-profielwerkstuk.

Het is de bedoeling dat een opdracht zoals deze twee keer in klas 5VWO wordt gedaan. Daarna is de leerling goed voorbereid op het maken van een profielwerkstuk, is de verwachting.

**Opzet:**

De opzet is gebaseerd op het model:

- Oriënteren
- Plannen
- Uitvoeren
- Rapporteren
- Reflecteren

De opdracht wordt in drie bijeenkomsten (bijvoorbeeld ‘profielmiddagen’) uitgevoerd. Tussen de bijeenkomsten in besteden de leerlingen thuis tijd aan de praktische opdracht. Elke bijeenkomst staat voor twee studielast uren, zodat voor de periodes tussen de bijeenkomsten ook steeds twee sl’s beschikbaar zijn.

Bijeenkomst 1:

- De leerlingen worden gemotiveerd voor het doen van onderzoek en voor het onderwerp, oriënteren zich op het onderzoek, stellen een onderzoeksvraag en maken een planning.

Tussendoor:

- Wiskundige onderbouwing van de onderzoeksvraag en voorbereiden experimenten.

Bijeenkomst 2:

- controleren van de wiskundige onderbouwing en uitvoeren van de natuurkundige experimenten

Tussendoor

- Uitwerken experimenten. Tevens theorie en experiment met elkaar in verband brengen

Bijeenkomst 3:

- Voorbereiden houden van presentatie; andermans presentatie bijwonen; reflectie op het onderzoeksproces en voornemens maken voor het verbeteren van de onderzoeks aanpak.

## Bijeenkomst 1:

### ***Wat er gebeurt in de bijeenkomst:***

klassikale oriëntatie met de bedoeling de leerlingen te motiveren:

- De docent geeft kort aan wat de bedoeling van dit mini-profielwerkstuk is: leren onderzoek te doen met het oog op het profielwerkstuk; en leren hoe je bij zo'n onderzoek twee vakken kunt betrekken.
- Verder leidt de docent het onderwerp van de proef in: moet je een grote (dus zware) kegel nemen, of een kleine lichte? De docent introduceert de papieren kegel als model van de vallende kegelvorm bij het ruimtevaartuig en noemt dat je zo'n kegel wiskundig kunt beschrijven
- Daarna doet de docent voor de klas de volgende demonstratieproef. Eerst houdt de docent één kegel omhoog en laat hem vallen. Hij vraagt aan de klas wat voor een soort beweging de kegel uitvoert. Naar verwachting zal een aantal leerlingen wel zeggen: *vanaf een zekere hoogte is de valsnelheid constant*. Eventueel kan de docent door vragen stellen de leerlingen over de snelheid laten nadenken. Dan vraagt de docent door welke factoren de valsnelheid wordt bepaald. Naar verwachting zullen de leerlingen de luchtweerstand noemen, het gewicht/de massa van de kegel, de vorm en de grootte van de kegel en/of de oppervlakte. Deze variabelen zijn niet onafhankelijk, maar daar gaat de docent op dat moment nog niet op in. (Als een leerling iets over de onderlinge afhankelijkheid opmerkt, krijgt die natuurlijk wel de gelegenheid om dat uit te werken.)

Dan houdt de docent vervolgens twee kegels omhoog van verschillende grootte (zelfde papier en tophoek) en vraagt de klas welke het eerst beneden is. (Experiment wordt nog niet gedaan.)

Leerlingen denken hier een paar minuten in kleine groepjes (tweetallen) over na. Daarna klassendiscussie. De docent inventariseert verwachtingen en de gronden waarop die verwachtingen gebaseerd zijn.<sup>1</sup>

Vervolgens wordt de proef uitgevoerd: dan blijkt (wat waarschijnlijk weinig leerlingen verwacht zullen hebben) dat beide kegels een even grote eindsnelheid hebben<sup>2</sup>. Na deze introductie moeten de leerlingen weten dat een kegel een constante snelheid krijgt en de begrippen "eindsnelheid", "daalsnelheid" en "valsnelheid" kunnen gebruiken.

### Oriënterende leerling opdracht:

- Dan vraagt de docent: zou dit toeval zijn? Is er een kegel te maken die met een andere eindsnelheid valt? Wat zou je dan kunnen variëren? En wat kun je doen om een grote eindsnelheid te krijgen? Of juist een kleinere? (We verwachten dat met name de vraag naar een kleinere eindsnelheid de leerlingen voor problemen zal stellen.<sup>3</sup>)

---

<sup>1</sup> Bij het uitproberen door studenten kwam het volgende argument waarom ze wel gelijk zouden vallen naar voren: de ene kegel is een 'opgeschaalde' kopie van de andere; daarom zouden ze even snel kunnen vallen. (Het zou kunnen zijn dat de studenten bovendien anticipeerden op een verrassende uitkomst, anders zou de docent niet zo moeilijk doen met twee kegels).

<sup>2</sup> Bij het uitvoeren van het experiment kan zich een probleem voordoen. Leerlingen kunnen letten op het tegelijk neerkomen op de grond (in plaats van op gelijke snelheid). Ze komen alleen tegelijk op de grond als de punten van de kegels zich bij loslaten op gelijke hoogte bevinden.

<sup>3</sup> Bij het voor het eerst maken van een kegel is al snel een kegel met een kleinere tophoek en/of een zwaardere kegel gemaakt, die een grotere eindsnelheid heeft. Het nadenken over kegels en de verbanden van de dimensies met de snelheden komt dan sterker om de hoek kijken bij een vraag naar een kegel met kleinere eindsnelheid. Bij

Deze vragen staan niet direct ter discussie, maar de leerlingen krijgen de opdracht een kegel te maken die sneller of minder snel (voorspellen!) valt. Daartoe vormen zij groepen. De groepjes moeten niet te groot zijn: twee of drie is mooi. Bij een grotere groep kan het moeilijker zijn om het werk goed te verdelen. De oriënterende opdracht is bedoeld om de leerling kennis te laten maken met het vervaardigen van een kegel en met wat belangrijk is bij het maken van een kegel (ribbe, tophoek, zwaarte papier, hoe maak je een kegel... ). Verder krijgt de leerling zo enig idee van de snelheid van een vallende kegel, zodat zij beter in staat is om de metingen vorm te geven.

- Het kan verstandig zijn om steeds leerlingen met wat meer theoretische en wat meer praktische kennis bij elkaar te zetten.
- Om de leerlingen te oriënteren hoe de kegel gemaakt is (met name de plakrand, zie noot 4), worden de gebruikte kegels in de klas doorgegeven.
- De gemaakte kegels worden vergeleken met de oorspronkelijke<sup>4</sup>. Discussie over wat nu de bepalende variabelen zijn; evt. herhaling van de proef: twee kegels laten vallen, maar nu elk met twee paperclips erin: de kleine valt dan het snelste (de verhouding tussen de massa's is dan 'verstoord').
- Docent refereert (op het bord) aan  $F_w = K \cdot A \cdot v^2$  wat in het boek al eerder aan bod geweest is en aan  $F_z = F_w$ . Nu kan theoretisch worden aangetoond dat de eerder gebruikte kegels wel gelijk moeten vallen. De docent geeft daarna aan en verwoordt ook, wat de bedoeling van de opdracht is: zowel in theoretische als in experimentele zin aantonen hoe de eindsnelheid van een kegel van een bepaalde grootte afhangt. docent verwijst uiteindelijk naar de hulpsheet (en deelt die nu pas uit, samen met de leerlingentekst)

### Het kiezen van de onderzoeksopdracht

Na de oriënterende opdracht moet de leerling een onderzoeksvraag bedenken en afspreken met het groepje

Maak de leerlingen HEEL duidelijk dat aan het eind elk individu alles van het onderzoek moet kunnen uitleggen, dat het hele groepje hiervoor verantwoordelijk is en er ook op afgerekend wordt! De docent beslist op het laatste moment wie van het groepje de presentatie zal houden. (Wederzijdse afhankelijkheid en gezamenlijke verantwoordelijkheid)

Duidelijkheid in dit opzicht zorgt voor actieve leerlingen waarvan slechts weinigen het zullen laten afweten.

De docent geeft ook de te stellen eisen aan planning van samenwerking en aan reflectie op samenwerking. Er worden eventueel wat voorbeelden van onderzoeksopdrachten genoemd.

Van die voorbeelden zijn ook extra hulpsheets beschikbaar met extra aanwijzingen. De ervaring heeft geleerd dat het mogelijk is deze hulpsheets pas na verloop van tijd aan de leerlingen aan te bieden.

De voorbeelden waarvoor al dan niet gekozen kan worden zijn:

1. Meet de eindsnelheid als functie van de massa.

Laat ook aan de hand van de theorie zien dat deze afhankelijkheid geldt.

*De leerling moet inzien dat zowel grootte als vorm niet mogen veranderen. Massa kan*

---

het uitproberen met studenten werd de opdracht gegeven een kegel te maken die sneller zou vallen. Er werden vooral kegels gemaakt met een hele kleine tophoek, één student koos zwaarder papier. Naar verwachting is het moeilijker voor leerlingen een kegel te maken die langzamer valt dan een die sneller valt.

<sup>4</sup> Bij het maken van de kegels deed zich nog een extra probleem voor: de plakrand. Veel studenten namen een veel te brede plakrand, bijvoorbeeld omdat ze geen hap uit de cirkel knipten. Conclusie: leerlingen moeten georiënteerd worden op de plakrand in verband met 'eerlijk vergelijken'. Een mogelijkheid is steeds de kegeluitsnede een 5% grotere hoek te geven en dit extra dan als plakrand te gebruiken.

Afhankelijk van het te onderzoeken verband is de keuze van de plakrandgrootte wellicht niet relevant.

*aangepast door bijvoorbeeld zand te gebruiken of meerder gelijke kegels in elkaar te laten zitten, of paperclip in de kegel.*

2. Meet de eindsnelheid als functie van de lengte van de ribbe  $l$ .  
Laat ook aan de hand van de theorie zien dat deze afhankelijkheid geldt.  
*Als je gewoon een grotere kegel maakt, dan veranderen ook de massa en de oppervlakte. De leerling moet iets bedenken om de massa constant te houden. Verder moet zij inzien dat  $l$  en grootte grondoppervlak afhankelijk van elkaar zijn. Er moet gekozen worden om of de tophoek of het grondoppervlak constant te houden. Vanuit de theorie is het constant houden van de tophoek het meest logisch, omdat die afhankelijkheid verstopt zit in de "constante"  $K$ .*
3. Meet de eindsnelheid als functie van de oppervlakte  $A$  van de grondcirkel.  
Laat ook aan de hand van de theorie zien dat deze afhankelijkheid geldt.  
*Zie voor het commentaar nummer 2.*
4. Meet de eindsnelheid als functie van de grootte van de oppervlakte van de mantel  $Opp$  (het gebruikte papier).  
Laat ook aan de hand van de theorie zien dat deze afhankelijkheid geldt.  
*De grootte van het manteloppervlak is afhankelijk van tophoek en ribbe  $l$ . Verder wordt het grondoppervlak mede door het manteloppervlak bepaald. De leerling moet hier weer van tevoren bedenken wat constant kan blijven en wat vanzelf mee verandert.*
5. Meet de eindsnelheid als functie van de grootte van de tophoek  $\gamma$ .  
Bepaal hoe de constante  $k$  van de tophoek afhangt.

Bij de eerste vier opdrachten is het heel goed mogelijk dat theoretisch wordt bepaald wat de relatie tussen beide grootheden is. Zeker met behulp van de kegelsheet met formules en algemene aanwijzingen moeten de leerlingen ver komen.

De vijfde opdracht heeft geen exacte wiskundige oplossing, althans niet voor een vwo-leerling (of een standaarddocent). De relatie tussen tophoek en snelheid is niet direct bekend.

Laat de leerlingen ook eerst met de theorie aan de gang gaan. De onderzoeksopzet is in zoverre niet eenvoudig dat goed nagedacht moet worden over wat constant gehouden moet en kan worden. Verder moet ook duidelijk zijn wat bij aanpassen van de gewenste grootheden als afhankelijke variabele sowieso mee verandert.

**Aangeven wat voor volgende keer gedaan moet zijn**

Besprek als docent met de leerlingen aan het eind van bijeenkomst 1 wat er in de periode tussen bijeenkomst 1 en 2 van hen verwacht wordt. Geef hier ook duidelijk aan wat de eisen zijn die aan het onderzoek gesteld gaan worden. Een voorbeeld van deze eisen zit aan het eind van de leerlingenmap, bij de hulpsheets.

Als docent mogen we niet verwachten dat de leerling zich volkomen rekenschap geeft van de complexiteit van de opdracht.

## Bijeenkomst 2

### ***Wat er gebeurt in de bijeenkomst***

#### Plenaire terugblik

De docent laat elk groepje even aan het woord aan de hand van de volgende vragen:

- Is het jullie gelukt om 'wiskundig' aan te geven wat er uit de metingen zou moeten komen?
- Hebben jullie nu een goed meetplan?

Bedoeling is dat leerlingen met elkaar meedenken, zodat ze hun gedachten scherper in beeld krijgen en hun meetplan eventueel nog wat bijgesteld kan worden. Na de terugblik is het aan de docent en aan elk groepje apart duidelijk of er gemeten kan gaan worden of dat er eerst nog wat meer voorwerk gedaan moet worden. (een go / nogo beslismoment)

#### Experimenten

De leerlingen gaan daarna aan de slag om metingen te doen. De docent loopt rond en is kritisch ten aanzien van experiment en theorie van de leerlingen. Ze stuurt wat bij, liefst door middel van gerichte vragen aan de leerlingen.

#### Afspraken

De leerlingen maken in de laatste vijf minuten afspraken voor

1. De verwerking van de metingen.  
De eindsnelheid moet uitgerekend; er moet een diagram gemaakt worden zodat de te onderzoeken relatie duidelijk zichtbaar wordt.
2. Het nadenken over wat gevonden is.  
Wat theoretisch is bedacht moet in het diagram erbij gezet worden, zodat theorie en experiment goed vergeleken kunnen worden; overeenkomsten en verschillen moeten bediscussieerd.
3. Het bijstellen van eerdere ideeën.  
Aan de hand van theorie is al eerder een hypothese geformuleerd of een verwachting uitgesproken. Wellicht is door het experiment en het verwerken en bediscussiëren van de metingen een dieper inzicht ontstaan.
4. Het trekken van conclusies.  
Na alle eerdere stappen kan er een conclusie getrokken worden.
5. Een opzet voor een verslag / presentatie.  
Een gedeelte van bijeenkomst 3 mag besteed worden aan het maken van een presentatie. Het is bij een goede planning wel nodig om van tevoren in te schatten dat de presentatie ook daadwerkelijk op tijd af is!

De docent moet zorgen dat er tijd is voor het maken van afspraken en dat het de leerlingen helder is waarom die afspraken gemaakt moeten worden.

Verder moet rond dit moment ook de beslissing genomen worden of leerlingen voldoende metingen van voldoende niveau hebben, dat er een goede kans is op een voldoende afronding van het onderzoek (een go/nogo beslissing).

Wijs de leerlingen er van tevoren op, dat er tussen bijeenkomst 2 en 3 veel moet gebeuren. Een deel van het werk kan wellicht al tijdens bijeenkomst 2 gedaan worden.

## Bijeenkomst 3

### ***Wat er gebeurt in de bijeenkomst***

Plenaire start.

De docent inventariseert wat elk groepje gaat doen aan presentatie en ook hoever iedereen is. Aan de hand van deze inventarisatie wordt een schema voor de middag opgesteld. Dit deel zal een tiental minuten duren.

### **Vorbereiden verslag en/of presentatie**

Leerlingen maken een verslag of bereiden hun presentatie voor. Ze doen dit aan de hand van eisen die op hun school gelden ten aanzien van presentaties.

### **Presentaties**

Elk groepje geeft een korte presentatie. Als de groep gekozen heeft voor een verslag leveren ze het verslag in. Afhankelijk van de groeps grootte kunnen presentaties parallel aan elkaar gegeven worden.

Van tevoren moet duidelijk zijn hoe beoordeeld wordt. Gaan leerlingen (mee) beoordelen?

Telt het onderzoek mee voor het PTA? Welke criteria worden gehanteerd?

Een tijdsindicatie voor dit onderdeel is lastig, mede omdat niet duidelijk is hoeveel presentaties gehouden gaan worden. Probeer het tot een half uur te beperken, ofwel niet meer dan drie presentaties achter elkaar.

### **Reflectie**

Hiervoor wordt tenminste 15 minuten uitgetrokken in een plenaire bijeenkomst.

Besproken worden in elk geval de volgende zaken:

- Een korte beschouwing door een docent om de verschillende experimenten tot een geheel te smeden.
- Hoe is deze manier van werken door iedereen ervaren?
- Is de uitgetrokken tijd voldoende geweest? Zo nee, hoe komt dat dan. Heeft de leerling er meer tijd aan besteed dan de bedoeling was of is het echt teveel? Als er teveel tijd besteed is, hoe komt dat dan en wat is daar aan te doen? Hieruit moeten suggesties komen om een volgende keer wel de aangegeven tijdsbesteding voor iets dergelijks aan te houden. (Of dat de aanpak van de serie toch aangepast moet worden)
- Hebben de leerlingen de combinatie van wiskunde en natuurkunde ook als zodanig ervaren? Vinden ze dat leuk?

Na de reflectie is het de bedoeling dat de leerlingen klaar zijn met dit experiment.

## **Aanvullende gegevens**

### ***Gedane metingen nemen geen keer***

Om als docent deze opdracht goed te kunnen begeleiden, is het nodig om zelf met de stof bekend te zijn. Opdat u als docent niet alle proeven zelf hoeft te doen, het volgende:

- Er zijn 4 video's (in \*.mov - formaat) van vallende kegels, opdat zelf een meetserie gedaan kan worden, bijvoorbeeld met Coach. 5. Twee bestanden met een grote kegel en twee bestanden met een kleine kegel met gelijke tophoek en papiersoort.
- Er is een model in powersim, waarin met een kegel "gespeeld" kan worden. Kijk op de bps-site bij het model kegel. Daar staat ook waar je powersim voor educatieve doeleinden kunt downloaden.

### ***Een andere aanpak die heel goed kan werken!***

Het doen van onderzoek en het werken volgens een uitgekende didactiek staan eigenlijk haaks op elkaar. Als u als docent voldoende in de stof zit en u heeft een goede werksfeer in de klas, dan kunt u met een minimum aan wenken en papieren werken. De ervaringen met dit min-profielwerkstuk hebben geleerd dat een leerlingendiscussie over "foutieve metingen" zeer leerzaam kan zijn voor het "leren onderzoeken".

Door de modulaire opzet kunt u leerlingen zelf aan de slag laten gaan en heeft u hulpmiddelen als sheets achter de hand als een groepje dat nodig blijkt te hebben.

Op de belangrijke momenten waarop besloten moet worden om door te gaan (eind van bijeenkomst, rond een go/nogo besluit) kan dan ingegrepen worden in het proces. Blijf bedenken dat niet zozeer de wiskunde of natuurkunde belangrijk is, alswel het leren onderzoeken!

### ***Enkele wenken voor leerlingen betreffende de experimenten***

- De massa kan bepaald worden met een balans. Om snel te kunnen werken is een elektronische balans wel handig. Als het alleen gaat om het veranderen van de massa, werkt het ook goed als steeds meerdere gelijke kegels in elkaar gestoken worden.
- Door een afstand uit zetten en daarna met een stopwatch de tijd te meten die de kegel over die afstand doet, is de eindsnelheid goed te bepalen. Twee zaken vragen de aandacht. De kegel moet wel de eindsnelheid hebben als gemeten gaat worden. Verder moet de te meten tijd groot genoeg zijn. Tijden in de orde van grootte van 0,4 s zijn te grof om serieus mee te werken. Een oplossing kan zijn om bij de trap te gaan meten.
- Het opnemen op video met een klok en een meetlat in beeld en daarna op televisie meten waar de kegel wanneer is, werkt goed. Het vereist wel een video met goed stilstaand beeld.
- Met gedigitaliseerde video en videomeetsoftware kan de snelheid goed bepaald worden. De school moet dan wel over de mogelijkheden beschikken.
- In Periscoop heeft een mogelijkheid gestaan om de plaats van de kegel als functie van de tijd te meten met een potmeteropstelling. Het is een mogelijkheid, alleen is de vraag of er niet te veel mechanische wrijving optreedt.
- Er kan ook met lichtsluisjes gewerkt worden. Let dan op dat gemeten of getriggerd wordt op de bovenkant van de kegel, deze is (bij horizontaal vallen) goed gedefinieerd. Doe eventueel aan signaalverwerking (F.I.bord) om de signalen geschikt te maken voor een elektronische klok



- Een CBR of USA zet de gevraagde gegevens direct op het beeldscherm of op de grafische rekenmachine.
- Lengtes kunnen met een liniaal gemeten worden. De te meten oppervlaktes zijn allen cirkels of delen van cirkels en kunnen indirect bepaald worden.
- Om te zorgen dat de plakrand niet storend is, moet deze klein gehouden worden. Een goede manier om de storende invloed te beperken, is bij het tekenen van de cirkel altijd een even groot percentage (5% bijvoorbeeld) extra te laten zitten wat dan als plakrand fungeert. De massa kan dan bepaald worden door steeds met een factor 1,05 rekening te houden.

## Theoretische uitwerking<sup>5</sup> van de vallende kegels.

Als gerefereerd wordt aan een afspraak als {2}, dan betreft het een regel van de formele kegelsheet. [3] verwijst naar een formule van deze uitwerking.

### **Kegelvariabelen:**

hoeken:  $\gamma$  en  $\alpha$ .

lengtes:  $l$  en  $r$ .

Oppervlaktes:  $A$  en  $Opp$

### **Relaties voor de kegel:**

Met {8} en {10} krijgen we een relatie tussen de lengtes van de te onderscheiden cirkels:

$$R = \alpha \cdot l / 2\pi \quad [0]$$

met  $\sin(\gamma) = r/l$  en [0] vinden we een relatie tussen de twee hoeken van de kegel:

$$\sin(\gamma) = \alpha / 2 \cdot \pi \quad [1]$$

{9} en [0] leveren:

$$A = \alpha^2 \cdot l^2 / 4\pi \quad [2]$$

{11} en [2] geven dan:

$$Opp = 2\pi \cdot A / \alpha \quad [3]$$

Voor de massa van een kegel wordt de letter  $m$  gebruikt. Om de massa aan de massa per  $m^2$  te relateren gebruiken we voor de "oppervlaktedichtheid" de letter  $M$  en dan geldt:

$$M = m / Opp \quad [4]$$

waarbij nog geen aandacht is besteed aan een eventuele plakrand.

Van de kegelvariabelen zijn er drie onafhankelijk. een voor de vorm, bijvoorbeeld de tophoek  $\gamma$ , een voor de omvang, bijvoorbeeld het frontaal oppervlak  $A$  en een voor de massa, bijvoorbeeld  $M$ . De andere variabelen kunnen met behulp van de drie genoemde en de vergelijkingen [1] t/m [4] bepaald worden.

### **De eindsnelheid van de kegel uitgerekend.**

Met {14} krijgen we

$$F_z + F_w = 0 \quad [5]$$

De opwaartse kracht in lucht verwaarlozen we, vanwege het geringe volume van de kegel.

{12} en {13} ingevuld in [5] levert na substitutie m.b.v. [4] en [3]:

$$2\pi \cdot A \cdot M \cdot g / \alpha = K \cdot A \cdot v^2$$

We vinden dan voor de eindsnelheid  $v$ :

$$v = \sqrt{\{(2\pi/\alpha)Mg/K\}} \quad [6]$$

waarbij het teken van de neerwaartse snelheid positief is gekozen.

Invullen van [1] t/m [4] geeft een uitdrukking voor de eindsnelheid  $v$ , in termen van tophoek  $\gamma$  en oppervlaktemassadichtheid  $M$ :

$$v = \sqrt{\{M \cdot g / (K \cdot \sin(\gamma))\}} \quad [7]$$

Blijkbaar zijn alleen de tophoek  $\gamma$  en de oppervlaktemassadichtheid  $M$  van belang voor de eindsnelheid!

<sup>5</sup> Met dank aan de student die dit heeft uitgewerkt.

### **Afschatting eindsnelheid en de tijdsduur en afgelegde weg om eindsnelheid te krijgen**

We willen de beweging in eerste aanleg even als eenparig versneld benaderen. Aangezien de versnelling aan het begin van het vallen gelijk is aan  $g$  en aan het eind gelijk aan  $0$ , schatten we de versnelling in als

$$a = 0,5 \cdot g \quad [8]$$

Voor de snelheid  $u$  geldt dan

$$u = 0,5 \cdot g \cdot t \quad [9]$$

en voor de plaats  $s$ :

$$s = 0,25 \cdot g \cdot t^2 \quad [10]$$

Aan het eind van het traject geldt dan

$$u = v \quad [11]$$

De tijd waarin de eindsnelheid bereikt wordt, noemen we  $T$  en de daarin afgelegde weg  $S$ .

Met [7], [9] in [11] gestopt, vinden we:

$$T = \sqrt{\{4M/(Kg \cdot \sin(\gamma))\}} \quad [12]$$

en

$$S = M / \{K \cdot \sin(\gamma)\} \quad [13]$$

$K$  is niet bekend en hangt zeker af van de tophoek  $\gamma$ . Om een idee van de eindsnelheid te krijgen, kijken we naar  $K=C \cdot \rho$  met  $C$  de luchtwrijvingscoëfficiënt en  $\rho$  de dichtheid van de lucht. Met als gok voor  $C$  het getal  $0,4$  en de dichtheid van lucht  $1,3 \text{ kg/m}^3$ , komen we tot

$$K = 0,5 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \quad [14]$$

Met 80grams papier vinden we dan:

$$T = 0,39 \text{ s} \text{ en } S = 0,23 \text{ m} \quad [15]$$

[7] levert ons dan voor de eindsnelheid:

$$v = 1,5 \text{ m/s} \quad [16]$$

Een klein experiment met een handgeklotte val over 2 meter:

De kegel doet ongeveer 1,3 s over 2 meter. Dat klopt aardig met de berekende verwachtingen.

#### **Referenties:**

Buning J (1994); Het oefenen van onderzoeksvaardigheden zonder practicum; verslag woudschoten conferentie 1994; WND, Utrecht.

(Hierin wordt naar een voorbeeld met een papieren bakje geschetst hoe je klassikaal onderzoeksvaardigheden kunt oefenen, de analogie met de papieren kegels is frappant)

## Docent-schema van het mini-PWS "vallende kegels"

mini-PWS	Inhoud	docent-activiteit	leerling-activiteit	Product	leerdoel t.a.v. maken PWS
<b>Blokkur 1</b> 'oriëntatie'	Hoe valt een papieren kegel? Hoe kun je dat vallen onderzoeken?  Opstellen van een onderzoeksvraag en het ontwerpen van een onderzoeksofzet	[alleen globaal uitgewerkt] oriënterende activiteiten  begeleiding bij opstellen onderzoeksvraag  beoordeling van het ingevulde leerlingschema	[niet uitgewerkt]	Het leerlingschema is ingevuld	* de ll. kan enkele punten noemen waarop hij moet letten bij het maken van een onderzoeksofzet, stellen van een onderzoeksvraag en maken van een werkverdeling
Go / no go	Is de opzet goed genoeg om aan de uitvoering van het onderzoek te beginnen? Is het duidelijk wat iedereen als 'huiswerk' gaat doen?				* de ll. kan vertellen wat in een PWS een go/no go beoordeling betekent
<b>Huiswerk</b> begin van de 'uitvoering'	De eerste stappen van de uitvoering van het onderzoek	GEEN	[niet uitgewerkt]	daigene wat in het schema is afgesproken	afspraken nakomen
<b>Blokkur 2</b> 'uitvoering'	De meetfase van het onderzoek uitvoeren en afronden	[niet uitgewerkt]	[niet uitgewerkt]	een overzicht van de meetresultaten	
no / no go	heb je voldoende meetgegevens om een conclusie te kunnen trekken en daarmee een antwoord te geven op de onderzoeksvraag?				de ll kan enkele momenten noemen waarop in een PWS een go / no go beslissing wordt genomen met de eisen waarop die beslissing wordt gebaseerd
<b>Huiswerk</b> begin van de 'afronding'	individueel een conclusie trekken uit de meetresultaten; een voorstel doen hoe je het onderzoek op een poster rapporteert	GEEN	[niet uitgewerkt]	concept conclusie voorstel voor poster	
<b>Blokkur 3</b> 'afronding'	Als groepje een antwoord formuleren op de onderzoeksvraag; onderzoek rapporteren via een poster presentatie	[niet uitgewerkt]	[niet uitgewerkt]	Een 'ruwe' poster waarop staat: - de onderzoeksvraag - meetmethode - resultaten - antwoord op de onderzoeksvraag	De ll kan de resultaten van het onderzoek verwerken tot een antwoord op de onderzoeksvraag en deze via een poster presenteren
eindbeoordeling, reflectie op het mini-PWS als geheel	Wat heb je geleerd van het uitvoeren van het mini-PWS voor het 'echte' PWS?				De ll kan in een PWS-instructie bij de fasen aangeven wat hij niet en wel heeft geoefend, wat daarbij succesvol was en wat niet



