

---

**Computerondersteund modelleren  
Natuurkunde**

**Broeikas Aarde: een leefbare  
temperatuur**

**Universiteit Utrecht**

**Cdβ**

Centrum voor Didactiek van Wiskunde en Natuurwetenschappen

**Computerondersteund modelleren**  
**Natuurkunde**  
**Broeikas Aarde: een leefbare temperatuur**  
**Leerlingenboek**

Koos Kortland

© 2002 Centrum voor Didactiek van Wiskunde en Natuurwetenschappen (Cd $\beta$ ),  
Universiteit Utrecht

Deze publicatie mag in ongewijzigde vorm worden verveelvoudigd en verspreid ten behoeve van niet-commercieel gebruik in het onderwijs, mits met vermelding van deze bepaling en van het bovenstaande copyright. Voor alle andere vormen van openbaarmaking is schriftelijke toestemming van de Universiteit Utrecht vereist.

## Inhoud

<b>1</b>	<b>Inleiding</b>	<b>5</b>
<b>2</b>	<b>Werkplan</b>	<b>7</b>
<b>3</b>	<b>Fysische modellen – De Aarde zonder en met atmosfeer</b>	<b>9</b>
	Inleiding	9
	Een gemiddelde Aarde	9
	Aarde zonder atmosfeer	11
	Aarde met atmosfeer	11
	Energiestromen	12
<b>4</b>	<b>Modelleren van warmte en temperatuur</b>	<b>14</b>
	Inleiding	14
	Modelleren	14



# 1 Inleiding

Het *broeikaseffect* in de atmosfeer zorgt voor een *leefbare temperatuur* op Aarde. Zonder broeikaseffect zou de Aarde woest en ledig zijn – net als de planeet Mars. In dit project maak je zelf computermodellen van een Aarde zonder en met atmosfeer. Dat doe je op basis van informatie over de energiestromen naar en vanuit de Aarde – energiestromen die de temperatuur aan het aardoppervlak bepalen. Met die computermodellen onderzoek je het effect van de atmosfeer op de gemiddelde temperatuur op Aarde. Maar je kunt er ook mee laten zien wat er gebeurt als de samenstelling van de atmosfeer verandert.

Op een planeet als de Aarde is de temperatuur gemiddeld zo'n 15 °C. Dat maakt de Aarde leefbaar, onder andere doordat water bij die temperatuur een vloeistof is. Voor een groot deel hangt deze temperatuur af van de energiestroom vanuit de ruimte: de zonnestraling. Maar ook de atmosfeer van de Aarde speelt daarbij een rol. Zonder atmosfeer zou de gemiddelde temperatuur op Aarde veel lager zijn. In dit project onderzoek je hoe de temperatuur op Aarde een stabiele waarde bereikt als gevolg van absorptie, reflectie en emissie van stralingsenergie. Met andere woorden: hoe er een situatie van evenwicht ontstaat tussen de energiestromen naar en vanuit de Aarde. Bij zo'n situatie van evenwicht spreken we dan ook van de *stralingsbalans* van de Aarde. Verder onderzoek je hoe die 'evenwichtstemperatuur' afhangt van de aanwezigheid van een atmosfeer: wat zou de gemiddelde temperatuur zijn op een Aarde zonder atmosfeer, en levert de huidige atmosfeer inderdaad die temperatuur van zo'n 15 °C?



Figuur 1 – Bij een Aarde met atmosfeer zorgt de Zon voor een leefbare temperatuur.

In het eerste deel van het project maak je een eenvoudig computermodel van een Aarde zonder atmosfeer. Dit model bouw je zelf op basis van een beschrijving. Met dit model is een deel van de vragen over de temperatuur op Aarde al te beantwoorden. Maar je kunt het model ook de oppervlaktetemperatuur van andere planeten in ons Zonnestelsel laten berekenen.

In het tweede deel van het project maak je op dezelfde manier een uitgebreider computermodel van een Aarde met atmosfeer. Met dit model is de tweede vraag over de temperatuur op Aarde te beantwoorden. Je kunt dit tweede model ook aanpassen en gebruiken voor een onderzoek naar de invloed van een toename van 'broeikasgassen' in de atmosfeer, al dan niet in combinatie met veranderende omstandigheden aan het aardoppervlak (zoals minder sneeuw en ijs) en in de atmosfeer (zoals meer wolken).

In de modellen gaat het om evenwicht en stabiliteit. Maar ook om de 'ligging' van dat evenwicht: in welke richting en hoeveel verschuift dat evenwicht onder veranderende omstandigheden. Met dit eenvoudige 'broeikasmodel' van een planeet is al te zien dat die veranderingen elkaar kunnen versterken en tegenwerken.

In dit project *Broeikas Aarde* zoek je een antwoord op de volgende twee *centrale*

*vragen:*

- Hoe ziet een eenvoudig computermodel van de stralingsbalans van een planeet eruit?
- Geeft dit model een realistisch beeld van de gemiddelde temperatuur aan het planeetoppervlak, en van de veranderingen daarin door een veranderende samenstelling van de atmosfeer?

Je voert dit project uit aan de hand van het werkplan in paragraaf 2. In de paragrafen 3 en 4 staat de natuurkundige achtergrondinformatie die je daarbij nodig hebt.

## 2 Werkplan

### Achtergrond

Zoek eerst wat informatie over de stralingsbalans van de Aarde en het broeikas-effect. Vat deze informatie samen in maximaal één pagina A4. Probeer daarbij een beeld te geven van hoe de absorptie, reflectie en emissie van stralingsenergie invloed heeft op de temperatuur van de Aarde.

Lees daarna de achtergrondinformatie in paragraaf 3: *Fysische modellen – De Aarde zonder en met atmosfeer*. Met deze informatie ga je aan de slag bij het ontwerpen, bouwen en testen van computermodellen van een Aarde zonder en met atmosfeer.

### Basismodel

In de gelezen achtergrondinformatie gaat het over energiestromen en temperatuur: energie-absorptie en energie-afgifte door een voorwerp geven een toename en een afname van de temperatuur van het voorwerp. Ontwerp, bouw en test als eerste verkenning met de modellersoftware een computermodel van deze koppeling tussen energiestromen en temperatuur. Gebruik daarbij zo nodig de achtergrondinformatie in paragraaf 4: *Modelleren van warmte en temperatuur*.

**Tussenproduct 1** – Na het lezen van de achtergrondinformatie en het ontwerpen, bouwen en testen van het basismodel formuleer je een vraagstelling en stel je een werkplan op voor het vervolg van dit project. Leg dit eerste tussenproduct (inclusief het basismodel) ter beoordeling voor aan je projectbegeleider.

### Model Aarde zonder atmosfeer

In de achtergrondinformatie vind je een natuurkundige beschrijving van een Aarde zonder atmosfeer. Dit wordt een enkellaag-model genoemd: het model bestaat uit slechts één laag – het aardoppervlak.

Ontwerp, bouw en test met de modellersoftware een computermodel van zo'n Aarde zonder atmosfeer. Gebruik daarbij de beschrijving van en de gegevens over het enkellaag-model in de achtergrondinformatie (paragraaf 3). Welke evenwichtstemperatuur levert het model op? Hoe verschuift dit evenwicht onder veranderende omstandigheden aan het aardoppervlak? Welke evenwichtstemperaturen levert dit model op voor andere planeten zonder atmosfeer in ons Zonnestelsel? Hoe realistisch zijn die temperaturen? En hoe realistisch is het model dan?

De benodigde gegevens voor dit laatste deel van het onderzoek vind je in BINAS in de tabel over het planetenstelsel.

**Tussenproduct 2** – Rapporteer over het ontwerpen, bouwen en testen van dit eerste computermodel in de vorm van een kort tussenverslag. In dat verslag staat het model met een toelichting. Verder geeft dat verslag een overzicht van de resultaten van het met het model uitgevoerde onderzoek. Leg dit tweede tussenproduct ter beoordeling voor aan je projectbegeleider.

### Model Aarde met atmosfeer

Het eerste model is niet erg realistisch: de atmosfeer van de Aarde ontbreekt. Een meer realistisch model is het dubbellaag-model uit de achtergrondinformatie. Dit model bestaat uit twee lagen: een laag aardoppervlak en daarboven een laag atmosfeer.

Ontwerp, bouw en test met de modellersoftware een computermodel van zo'n Aarde met atmosfeer. Gebruik daarbij weer de beschrijving en de gegevens in de achtergrondinformatie (paragraaf 3). Welke evenwichtstemperatuur levert dit model op? Hoe realistisch is deze temperatuur? Hoe verschuift dit evenwicht bij een toename van broeikasgassen in de atmosfeer, al dan niet in combinatie met veranderende omstandigheden aan het aardoppervlak (zoals minder sneeuw en ijs) en in de atmosfeer (zoals meer wolken)?

**Tussenproduct 3** – Rapporteer over het ontwerpen, bouwen en testen van dit tweede computermodel, weer in de vorm van een kort tussenverslag met het model,

een toelichting en de onderzoeksresultaten. Maak daarna een opzet voor het verslag en/of de presentatie over dit project als geheel. Leg deze tussenproducten weer ter beoordeling voor aan je projectbegeleider.

### **Verslag en presentatie**

In je verslag en/of presentatie over dit project kun je onder andere ingaan op de volgende punten:

- het ontwerp van de twee computermodellen,
- hoe realistisch deze modellen zijn,
- hoe er (na verloop van voldoende tijd) evenwicht ontstaat,
- hoe de 'ligging' van dit evenwicht verschuift als gevolg van veranderende omstandigheden aan het aardoppervlak en in de atmosfeer,
- hoe deze veranderingen elkaar versterken of tegenwerken,
- hoe je de modellen zou kunnen verbeteren,
- wat het nut van het ontwerpen van dit soort computermodellen is.



### 3 Fysische modellen – De Aarde zonder en met atmosfeer

#### Inleiding

Bij het modelleren van de stralingshuishouding van de Aarde kan worden uitgegaan van twee modellen: een Aarde zonder atmosfeer (een enkellaag-model) en een Aarde met atmosfeer (een dubbellaag-model). In beide modellen is sprake van een energie-instroom afkomstig van de Zon, maar ook van een energie-uitstroom door reflectie op het aardoppervlak. Deze reflectie hangt af van het albedo (of: de reflectiecoëfficiënt) van het aardoppervlak. Het netto-effect van deze twee energiestromen is een temperatuurstijging van het aardoppervlak. Daardoor gaat het aardoppervlak echter energie naar het heelal uitstralen, en wel meer naarmate de temperatuur stijgt. Zo ontstaat na verloop van tijd een evenwicht tussen de in- en uitgaande energiestromen met een constante temperatuur van het aardoppervlak als gevolg. In het tweede model komt daar de energie-absorptie en -emissie door de atmosfeer nog bij. Dit model geeft een meer volledig beeld van de stralingshuishouding van de Aarde, met uiteindelijk weer een constante, maar nu hogere temperatuur van het aardoppervlak.

Bij het ontwerpen van een computermodel van de ‘broeikas Aarde’ maak je gebruik van *fysische modellen*. Deze fysische modellen beschrijven de energiestromen naar en vanuit de Aarde, en de manier waarop deze van elkaar afhangen. Daarbij moeten bovendien aannames worden gemaakt over hoe ‘het systeem Aarde’ fysisch gezien is opgebouwd. In dit artikel worden deze bouwstenen op een rij gezet.

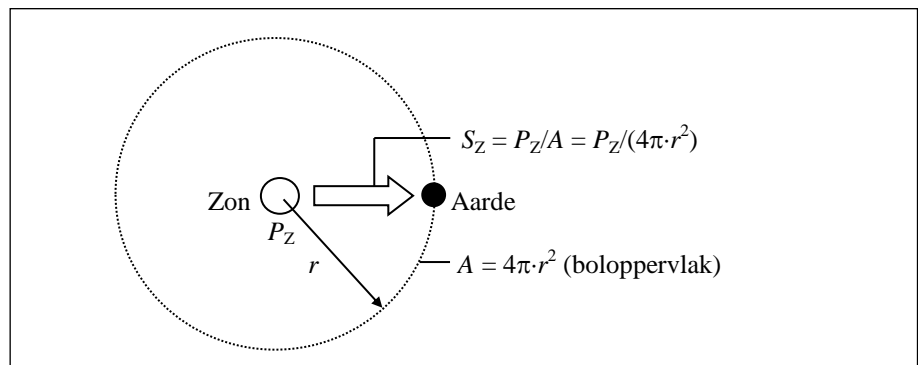
#### Een gemiddelde Aarde

Een eerste beperking is dat we uitgaan van een ‘gemiddelde Aarde’. Of, wat nauwkeuriger: een gemiddeld stukje aardoppervlak van  $1 \text{ m}^2$ . Op dat gemiddelde stukje aardoppervlak valt stralingsenergie van de Zon in. De energiestroom  $S_Z$  van de Zon naar de Aarde is bekend:  $S_Z = 1,40 \cdot 10^3 \text{ W/m}^2$ . In BINAS vind je deze energiestroom als de ‘zonneconstante’ in de tabel met gegevens over de Zon.

**Zonneconstante** – De zonneconstante volgt uit het totaal door de Zon uitgestraald vermogen  $P_Z$  en de afstand Zon-Aarde  $r$ . Dit door de Zon uitgestraalde vermogen verspreidt zich over het oppervlak van een bol met de Zon als middelpunt. Ter plaatse van de Aarde heeft deze bol een straal  $r$ . Het door de Zon uitgestraalde vermogen heeft zich dan verspreid over een boloppervlak  $A = 4\pi \cdot r^2$ , zoals weergegeven in figuur 2. De zonneconstante  $S_Z$  wordt dan gegeven door de volgende formule:

$$S_Z = \frac{P_Z}{4\pi \cdot r^2}$$

Met de gegevens in BINAS over het door de Zon uitgestraalde vermogen  $P_Z$  en de afstand Zon-Aarde  $r$  is dan de zonneconstante  $S_Z$  te berekenen. Ga na dat deze de eerder genoemde waarde heeft.



Figuur 2 – De zonneconstante  $S_Z$  is het stralingsvermogen van de Zon per  $\text{m}^2$  ter plaatse van de Aarde. Deze zonneconstante wordt bepaald door het door de Zon uitgestraalde vermogen  $P_Z$  en de afstand Zon-Aarde  $r$ .

De zonneconstante geeft dus het stralingsvermogen van de Zon per  $\text{m}^2$  ter plaatse van de Aarde. Maar daarbij gaat het om een oppervlak van  $1 \text{ m}^2$  loodrecht op de zonnestraling, en dat is alleen het geval in het gebied op Aarde rond de evenaar. De vraag is nu: welke waarde heeft die zonneconstante voor een ‘gemiddelde Aarde’? Dus: hoe groot is het stralingsvermogen van de Zon op een ‘gemiddeld aardoppervlak’ van  $1 \text{ m}^2$ ?

**Gemiddelde zonneconstante** – Omdat de afstand Zon-Aarde nogal groot is, mag worden uitgegaan van een op de Aarde invallende *evenwijdige* bundel stralingsenergie, zoals weergegeven in figuur 3. Het op de Aarde invallende stralingsvermogen  $P_{\text{in}}$  wordt dan gegeven door het product van de zonneconstante en het cirkelvormige dwarsdoorsnede-oppervlak van de Aarde:

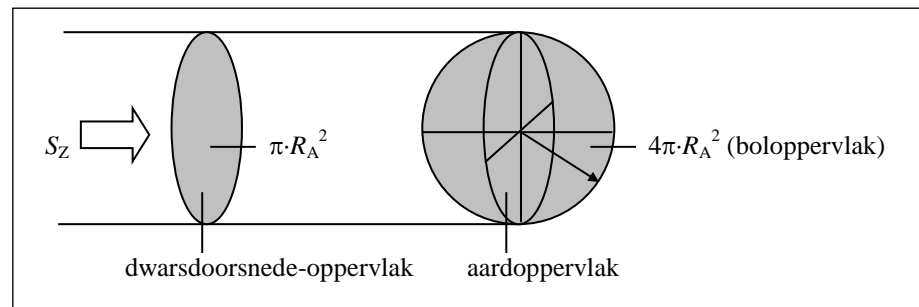
$$P_{\text{in}} = S_Z \cdot \pi \cdot R_A^2$$

In deze formule is  $S_Z$  de eerder genoemde zonneconstante en  $R_A$  de straal van de Aarde.

Dit stralingsvermogen ‘verspreidt’ zich echter – gemiddeld genomen – over het volledige, bolvormige aardoppervlak  $A_A = 4\pi \cdot R_A^2$ . De ‘gemiddelde zonneconstante’  $S$  is dan het quotiënt van het invallende stralingsvermogen en het volledige aardoppervlak:

$$S = \frac{P_{\text{in}}}{A_A} = \frac{S_Z \cdot \pi \cdot R_A^2}{4\pi \cdot R_A^2} = \frac{1}{4} \cdot S_Z$$

Het invallende stralingsvermogen  $S$  op een ‘gemiddeld aardoppervlak’ van  $1 \text{ m}^2$  is dus gelijk aan een-vierde van de zonneconstante  $S_Z$ .



Figuur 3 – Het op Aarde invallende stralingsvermogen van de Zon wordt bepaald door het cirkelvormige dwarsdoorsnede-oppervlak van de Aarde, terwijl dit stralingsvermogen zich gemiddeld genomen verspreidt over het bolvormige aardoppervlak.

**Temperatuurstijging** – Het op een gemiddeld stukje aardoppervlak van  $1 \text{ m}^2$  invallende stralingsvermogen  $S$  is nu dus bekend. Deze invallende zonnestraling veroorzaakt een temperatuurstijging van het stukje aardoppervlak, mede bepaald door de warmtecapaciteit  $C$ . Om een redelijke schatting van deze warmtecapaciteit te kunnen maken, zijn enkele aannames nodig over de samenstelling en de dikte van de aardlaag aan het oppervlak. Wat betreft de samenstelling gaan we weer uit van een ‘gemiddelde Aarde’: 2/3 water en 1/3 land (bijvoorbeeld droog zand). Wat betreft de dikte nemen we aan dat absorptie van de invallende stralingsenergie beperkt is tot een diepte  $d$  van 0,2 m. Met deze aannames en de gegevens over dichtheid  $\rho$  en soortelijke warmte  $c$  van water en droog zand in BINAS is nu de warmtecapaciteit  $C$  van een gemiddeld stukje aardoppervlak van  $1 \text{ m}^2$  te berekenen. Voor de temperatuurstijging  $\Delta T$  per seconde als gevolg van absorptie van het invallende stralingsvermogen geldt dan de volgende formule:

$$S = C \cdot \Delta T$$

Bij een constant stralingsvermogen  $S$  zou de temperatuur  $T$  van de standaard-aardlaag dus elke seconde met dezelfde waarde toenemen vanaf een beginwaarde van 0 K. Maar bij een temperatuur  $T$  straalt de standaard-aardlaag ook energie uit.

**Stralingswet** – Het naar het heelal uitgestraalde vermogen  $P_{\text{uit}}$  per  $\text{m}^2$  wordt

gegeven door de volgende formule:

$$P_{\text{uit}} = \sigma \cdot T^4$$

Deze formule is de *stralingswet van Stefan-Boltzmann*, waarin de evenredigheidsconstante  $\sigma$  een waarde heeft van  $5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2\text{K}^4)$ .

Bij een stijgende temperatuur van de standaard-aardlaag neemt dus ook het uitgestraalde vermogen toe. Dat heeft een ‘remmende’ invloed op de temperatuurstijging van de aardlaag, zodat uiteindelijk na verloop van tijd een evenwichtsituatie zal ontstaan waarin  $P_{\text{in}}$  (of:  $S$ ) en  $P_{\text{uit}}$  even groot zijn geworden en de temperatuur  $T$  verder constant blijft. Maar hierbij is nog geen rekening gehouden met het feit dat een deel van de invallende zonnestraling rechtstreeks door het aardoppervlak wordt teruggekaatst, terwijl bovendien de atmosfeer van de Aarde nog geen enkele rol speelt.

Hieronder bekijken we eerst het fysisch model van de Aarde zonder atmosfeer, waarin echter wel rekening wordt gehouden met reflectie door het aardoppervlak. Daarna voegen we aan dit eerste eenvoudige model een atmosfeer toe.

### Aarde zonder atmosfeer

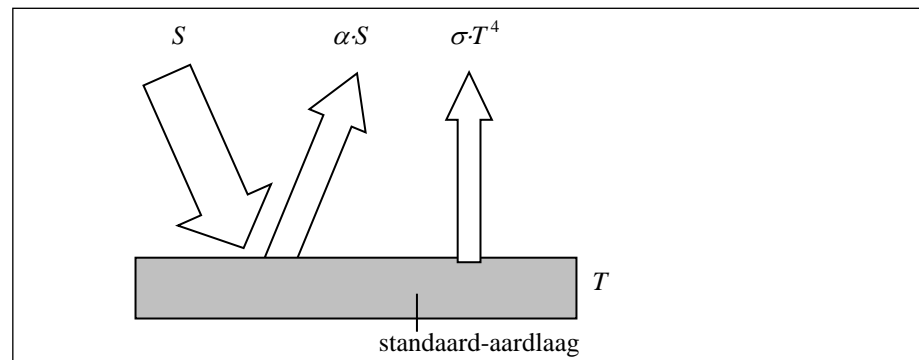
Het fysisch model van een Aarde zonder atmosfeer is weergegeven in figuur 4. We beperken ons daarbij weer tot de standaard-aardlaag van  $1 \text{ m}^2$ . Op deze standaard-aardlaag valt een stralingsvermogen  $S$  in, waarvan een deel direct wordt teruggekaatst door het aardoppervlak. Dit is het gereflecteerde stralingsvermogen  $\alpha \cdot S$ . De grootte  $\alpha$  is de reflectiecoëfficiënt van het aardoppervlak, of – met een ander woord – het *albedo*.

Het albedo hangt af van de samenstelling van het aardoppervlak, zoals weergegeven in de tabel van figuur 5. Voor een ‘gemiddelde Aarde’ is een albedo van 0,3 een redelijke aanname. Hiervan komt ongeveer een vijfde deel (0,06) voor rekening van het aardoppervlak, de rest (0,24) voor rekening van de wolken. Als er geen bewolking zou zijn, is het gemiddelde albedo van de Aarde ruwweg 0,12.

Naast het gereflecteerde stralingsvermogen is er ook sprake van een uitgestraald vermogen  $\sigma \cdot T^4$  volgens de stralingswet van Stefan-Boltzmann. Dit vermogen wordt uitgestraald in de vorm van infraroodstraling (of: warmtestraling).

oppervlak	albedo
sneeuw	0,80
besneeuwd bos	0,45
gras	0,23
loofbos (zomer)	0,18
steppe/naaldbos (zomer)	0,13
steen/rots	0,10
ocean	0,07-0,20
cumuluswolken	0,70
altostratus/altocumuluswolken	0,50
hoge cirruswolken	0,20
Aarde gemiddeld	0,3

Figuur 5 – Het albedo van verschillende soorten aardoppervlak. Voor de Aarde als geheel heeft het albedo een gemiddelde waarde van 0,3.



Figuur 4 – Fysisch model van een Aarde zonder atmosfeer.

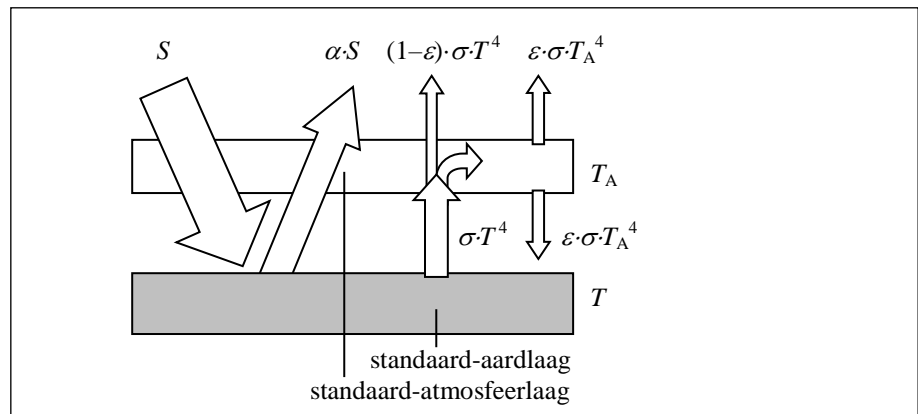
### Aarde met atmosfeer

Het fysisch model van een Aarde met atmosfeer is weergegeven in figuur 6. Hierin wordt de atmosfeer voorgesteld door een tweede laag boven de standaard-aardlaag. Deze standaard-atmosfeerlaag laat zowel het invallende stralingsvermogen  $S$  als het direct door het aardoppervlak gereflecteerde stralingsvermogen  $\alpha \cdot S$  ongehinderd door. Met andere woorden: we nemen aan dat de atmosfeerlaag de kortgolvlige zonnestraling niet absorbeert.

Een dergelijke afwezigheid van absorptie geldt echter niet voor de door de Aarde uitgezonden langgolvlige infraroodstraling. Het uitgezonden stralingsvermogen  $\sigma \cdot T^4$  wordt voor een deel door de atmosfeerlaag geabsorbeerd. De mate van absorptie wordt bepaald door de absorptiecoëfficiënt  $\varepsilon$  van de atmosfeer. Het door de atmosfeer geabsorbeerde stralingsvermogen is dan  $\varepsilon \cdot \sigma \cdot T^4$ , zodat het door de atmosfeer

doorgelaten stralingsvermogen gelijk is aan  $(1-\varepsilon)\cdot\sigma\cdot T^4$ . Het door de atmosfeer geabsorbeerde stralingsvermogen zorgt voor een temperatuurstijging van de atmosfeer, zodat ook deze infraroodstraling gaat uitzenden. Maar dit gebeurt in twee richtingen: naar het heelal, en terug naar de Aarde. In beide gevallen is dit door de atmosfeer uitgezonden stralingsvermogen  $\varepsilon\sigma T_A^4$ , met  $\varepsilon$  de emissiecoëfficiënt (in grootte gelijk aan de absorptiecoëfficiënt) en  $T_A$  de temperatuur van de atmosfeer. De absorptie-/emissiecoëfficiënt  $\varepsilon$  van de atmosfeer hangt af van de concentratie 'broeikasgassen' (zoals  $\text{CO}_2$  en  $\text{CH}_4$ ). Voor de huidige atmosfeer van de Aarde heeft  $\varepsilon$  de waarde 0,78.

Ook in deze situatie van een Aarde met atmosfeer zou na verloop van tijd een evenwicht moeten ontstaan tussen het invallende, gereflecteerde en uitgezonden stralingsvermogen bij een constante temperatuur – zowel voor de standaard-aardlaag als voor de standaard-atmosfeerlaag. Die 'evenwichtstemperatuur' zal echter voor de aard- en atmosfeerlaag een verschillende waarde hebben.

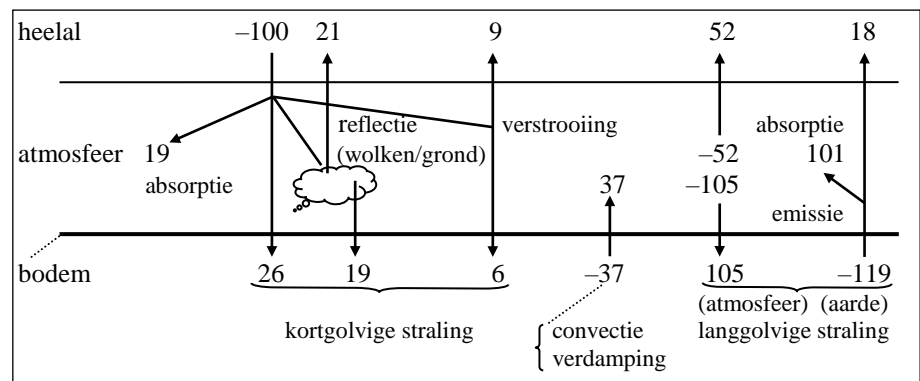


Figuur 6 – Fysisch model van de Aarde met atmosfeer.

Het verschil tussen de beide fysische modellen van figuur 4 en 6 is de atmosfeer die van de Aarde een broeikas maakt. Een belangrijke rol hierbij speelt de absorptie/emissiecoëfficiënt  $\varepsilon$  van de atmosfeer, die afhangt van de concentratie broeikasgassen. Een stijgende concentratie broeikasgassen zou de waarde van  $\varepsilon$  groter maken, met als gevolg een stijging van de evenwichtstemperaturen. Een dergelijke temperatuurstijging heeft echter weer gevolgen voor het (gemiddelde) albedo  $\alpha$  van de Aarde. Een hogere temperatuur kan leiden tot het wegsmelten van sneeuw en ijs, maar ook tot een toename van bewolking – met tegengestelde effecten op het albedo.

### Energiestromen

Ook het fysisch model van de Aarde met atmosfeer bevat nog een aantal vereenvoudigingen.



Figuur 7 – Energiebalans van de Aarde met atmosfeer, gemiddeld over de gehele Aarde over een jaar. De waarde van de invallende stralingsenergie van de Zon is op 100 (eenheden) gesteld.

In figuur 7 is een meer volledige energiebalans van de Aarde weergegeven. Uit deze energiebalans blijkt dat in het fysisch model van een Aarde met atmosfeer geen rekening is gehouden met de absorptie van (kortgolvlige) zonnestraling door de atmosfeer, en met het warmtetransport van het aardoppervlak naar de atmosfeer door verdamping en convectie (stroming). Daardoor is de absorptie en emissie van (langgolvlige) straling door de atmosfeer ingewikkelder dan in het fysisch model van een Aarde met atmosfeer is aangenomen. De aanname in dat model is namelijk dat de atmosfeer in beide richtingen (naar de Aarde en naar het heelal) evenveel energie uitstraalt. Uit de energiebalans van figuur 7 blijkt dat deze aanname niet helemaal juist is.

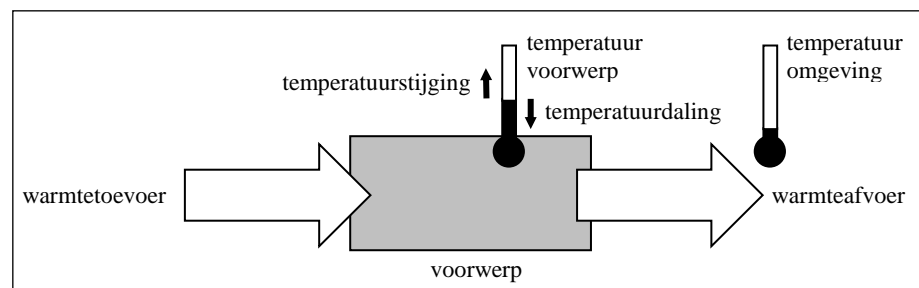
Uit de gegevens in figuur 7 is wel af te leiden dat de eerdere aannames over de waarde van het gemiddelde albedo  $\alpha$  van de Aarde en de absorptie/emissiecoëfficiënt  $\varepsilon$  van de atmosfeer redelijk zijn.

## 4 Modelleren van warmte en temperatuur

### Inleiding

Bij het modelleren van dynamische verschijnselen op het gebied van warmte en temperatuur is het handig om een basismodel te hebben van de energietoevoer aan een voorwerp en de energieafvoer vanuit dat voorwerp naar de omgeving. Uit deze energiestromen is met behulp van de bekende fysische regels de temperatuurverandering van het voorwerp te berekenen. En daaruit volgt dan de eindtemperatuur van het voorwerp na afloop van het proces van energietoevoer en -afvoer. Maar dat is niet meer dan een momentopname. Met behulp van de grootheid ‘energie-inhoud’ kan het computermodel de temperatuur van het voorwerp in de loop van de tijd zichtbaar maken.

Het *verwarmen* en *afkoelen* van een voorwerp is een dynamisch verschijnsel. Door verwarmen *stijgt* een voorwerp (een ketel water, een woning, de Aarde...) in *temperatuur*. In dat geval wordt *warmte* (of: energie) aan het voorwerp toegevoerd. Een voorwerp met een temperatuur hoger dan de omgevingstemperatuur koelt af. Bij afkoelen geeft het voorwerp *warmte* (of: energie) aan de omgeving af en *daalt* de *temperatuur* van het voorwerp. Warmtetoevoer naar een voorwerp en warmteafvoer vanuit dat voorwerp naar de omgeving kunnen natuurlijk ook gelijktijdig plaatsvinden – denk maar aan het verwarmen van een woning. Dit is weergegeven in figuur 8.



Figuur 8 – Warmtetoevoer aan een voorwerp en warmteafvoer vanuit het voorwerp naar de omgeving (met een lagere temperatuur) veroorzaken een temperatuurverandering van het voorwerp.

### Modelleren

Bij het ontwerpen, bouwen en testen van een (algemeen) computermodel voor verschijnselen op het gebied van *warmte en temperatuur* spelen veel grootheden een rol, die je al dan niet in het model kunt verwerken:

- de massa van de het voorwerp,
- de soortelijke warmte van het materiaal van het voorwerp of de warmtecapaciteit van het voorwerp,
- de warmtetoevoer aan het voorwerp – afhankelijk van het vermogen van de warmtebron,
- de warmteafvoer vanuit het voorwerp naar de omgeving – afhankelijk van het oppervlak en de warmte-isolatie van het voorwerp, en van het temperatuurverschil tussen het voorwerp en de omgeving.

In het hieronder als figuur 9 opgenomen kader staat een samenvatting van het verband tussen warmtetoevoer/afvoer en de daardoor veroorzaakte temperatuurverandering.

#### Warmte en temperatuur

Bij het modelleren van verschijnselen op het gebied van warmte en temperatuur is sprake van twee standardsituaties: *warmtetoevoer* en *warmteafvoer*.

**Warmtetoevoer** – De warmtetoevoer per tijdseenheid ( $\Delta Q_{\text{in}}/\Delta t$ ) hangt af van het vermogen  $P$  van de warmtebron:  $\Delta Q_{\text{in}}/\Delta t = P$ .

De toegevoerde warmte  $Q_{in}$  veroorzaakt een stijging van de temperatuur  $T$  van het voorwerp:  $Q_{in} = m \cdot c \cdot \Delta T$  of  $Q_{in} = C \cdot \Delta T$ . Hierin is  $m$  de massa van het voorwerp,  $c$  de soortelijke warmte van het materiaal van het voorwerp,  $C$  de warmtecapaciteit van het voorwerp, en  $\Delta T$  de temperatuurstijging.

**Warmteafvoer** – De warmteafvoer per tijdseenheid ( $\Delta Q_{uit}/\Delta t$ ) hangt af van de volgende grootheden: het oppervlak van het voorwerp, de mate van warmte-isolatie tussen het voorwerp en de omgeving, en het temperatuurverschil tussen het voorwerp en de omgeving. In een formule:  $\Delta Q_{uit}/\Delta t = k \cdot A \cdot (T - T_0)$ . Hierin is  $A$  het oppervlak,  $T$  de temperatuur van het voorwerp, en  $T_0$  de omgevingstemperatuur. De mate van warmte-isolatie wordt gegeven door de grootheid  $k$ : de zogenaamde *k-waarde* van een warmte-isolerende constructie. Deze *k-waarde* hangt onder andere af van het soort en de dikte van het isolatiemateriaal.

De afgegeven warmte  $Q_{uit}$  veroorzaakt een daling van de temperatuur  $T$  van het voorwerp. Hiervoor gelden dezelfde twee formules als bij temperatuurstijging door warmtetoevoer. In die formules is  $\Delta T$  dan een temperatuuurdaling in plaats van een temperatuurstijging.

Figuur 9 – Fysische regels voor warmtetoevoer/afvoer en de daardoor veroorzaakte temperatuurverandering.

Bij het modelleren van verschijnselen op het gebied van warmte en temperatuur moet enigszins creatief met deze fysische regels worden omgegaan. Je hebt te maken met een *ingaaende* en een *uitgaande energiestroom*, als gevolg waarvan er energie in het voorwerp ligt opgeslagen. Deze opgeslagen energie kun je de *energie-inhoud* van het voorwerp noemen. We beperken ons nu tot een situatie waarin de in- en uitgaande energiestromen alleen een *temperatuurverandering* van het voorwerp tot gevolg hebben. Er is dus geen sprake van bijvoorbeeld een faseovergang of een verandering van de kinetische en/of potentiële energie van het voorwerp. Als het alleen om temperatuurveranderingen gaat, is de afspraak dat de energie-inhoud van het voorwerp bij een temperatuur van 0 K (het absolute nulpunt) nul is:  $E_{inhoud} = 0$  J bij  $T = 0$  K. Na energietoevoer  $E_{in}$  en/of energieafvoer  $E_{uit}$  wordt de energie-inhoud van het voorwerp gegeven door:  $E_{inhoud} = E_{in} - E_{uit}$ .

De vraag is nu welke gevolgen dat heeft voor de temperatuur  $T$  van het voorwerp. Het antwoord op deze vraag is het gemakkelijkst te vinden in een situatie waarin alleen energietoevoer plaatsvindt aan een voorwerp met een temperatuur van 0 K als begintemperatuur. Na absorptie van een hoeveelheid energie  $E_{in}$  (of  $Q_{in}$ ) wordt de energie-inhoud van het voorwerp gegeven door:  $E_{inhoud} = 0 + E_{in} = E_{in}$ . De absorptie van een hoeveelheid energie  $E_{in}$  veroorzaakt een temperatuurstijging  $\Delta T$  van het voorwerp:  $E_{in} = C \cdot \Delta T = C \cdot (T - 0) = C \cdot T$ . Het verband tussen de (absolute) temperatuur  $T$  (in K) en de energie-inhoud  $E_{inhoud}$  van het voorwerp wordt nu dus gegeven door:  $E_{inhoud} = E_{in} = C \cdot T \rightarrow T = E_{inhoud}/C$ .

Voor een situatie met energieafvoer of met een combinatie van energietoevoer en energieafvoer geldt een vergelijkbare redenering. Bij het modelleren kan dus worden uitgegaan van de volgende regel voor de (absolute) temperatuur  $T$  van het voorwerp met een warmtecapaciteit  $C$ :

$$T = E_{inhoud}/C$$