Handboek natuurkundedidactiek | hoofdstuk 5: Vaardigheidsontwikkeling

**5.5 Modelleren**

**Cursusactiviteit | Modelleeropdrachten**

**Modelleren van dynamische processen**

## Inleiding

De volgende opdrachten zijn bedoeld als een eerste verkenning van het model­leren van dynamische processen met de modelleersoftware *Coach6*. Maak een keuze voor één of meer opdrachten, en een keuze voor werken met een tekst­model of een grafisch model. Sla bij elke opdracht de computermodellen op met een naar de opdracht verwijzende naam.

In het volgende onderdeel van de workshop wordt van je verwacht dat je één of meer van de gebouwde computermodellen in een presentatie kunt toelichten.

**Opdrachten**

## 1 Basismodel radioactief verval

Het basismodel van radioactief verval in Coach is weergegeven in figuur 1. In dit model zijn de voorraadgrootheid *N* (aantal instabiele kernen) en de uitstroomgrootheid *A* (activiteit) gekozen op grond van de differentiaal­vergelijking van het vervalproces:

d*N* = –*A*·d*t*

Voor de rekengrootheden *A* (activiteit) en *λ* (vervalconstante) in dit model gelden de volgende relaties: *A* = *λ*·*N* en *λ* = (ln2)/*t*1/2.

|  |
| --- |
| **rekenregels startwaarden***t* = *t* + d*t* *t* = 0*λ* = (ln2)/*t*1/2 d*t* = …*A* = *λ*·*N* *N* = …d*N* = *A*·d*t* *t*1/2 = …*N* = *N* – d*N*  |

Figuur 1 – Basismodellen van radioactief verval in de vorm van een tekstmodel (links) en een grafisch model (rechts) in Coach6.

• Bouw dit model in Coach. Voeg een *N*,*t*- en een *A*,*t*-diagram toe. Test het gebouwde model: ga na of het model kwalitatief en kwantitatief de juiste resultaten levert.

• Onderzoek met dit model de relatie tussen de activiteit van een radio­actieve bron en de halveringstijd van het nuclide bij steeds hetzelfde aantal instabiele kernen op het begin­tijdstip *t* = 0 s.

## 2 Moeder-dochterverval

Een instabiel nuclide vervalt tot een stabiel nuclide of een instabiel nuclide. In dat laatste geval is sprake van een moeder-dochterverval, waarbij het dochternuclide ook instabiel is.

• Ontwerp en bouw – uitgaande van het basismodel voor radioactief verval uit opdracht 1 – een model van het moeder-dochterverval. Maak de activiteit van het moeder- en dochternuclide en de totale activiteit zichtbaar in één *A*,*t*-diagram. Test het gebouwde model: ga voor zover mogelijk na of het model kwalitatief en kwantitatief de juiste resultaten levert.

• Onderzoek met dit model het verloop van het vervalproces bij verschil­lende waarden van de verhouding tussen de halveringstijden van het moeder- en dochter­nuclide (van *t*1/2\_m >> *t*1/2\_d tot *t*1/2\_m << *t*1/2\_d).

## 3 Basismodel kracht en beweging

De basisvergelijkingen van de mechanica zijn beperkt tot de relatie tussen resulterende kracht *F*res en versnelling *a* en de definities van versnelling *a* en snelheid *v*: *F*res = *m*·*a*, *a* = Δ*v*/Δ*t* en *v* = Δ*s*/Δ*t*.

• Ontwerp en bouw een basismodel voor kracht en beweging waarin de beweging zichtbaar is in zowel een *v*,*t*-diagram als een *s*,*t*-diagram.

• Test het gebouwde model: ga na of het model kwalitatief en kwantitatief de juiste resultaten levert bij een beweging onder invloed van een resulteren­de kracht nul (eenparige beweging) en een constante resulterende kracht (eenparig versnelde beweging).

## 4 Uitglijdende schaatser

Los het praktijkprobleem van figuur 2 op door aanpassing/uitbreiding van het basis­model voor kracht en beweging uit opdracht 3.

|  |  |
| --- | --- |
| **Gegevens***v*b = 16 m/s*c*g = 0,0034*m* = 75 kg*c*w = 0,70*A* = 0,60 m2 *ρ* = 1,02 kg/m3 | PraktijkprobleemHet ijsstadion van Calgary in Canada is een zogenaamde ‘hooglandbaan’. Door de grote hoogte waarop de baan ligt, is de luchtwrijvingskracht op een schaatser er relatief klein. Topsprinters beweren dat je in Calgary na de sprint wel een volle ronde van 400 m kunt doorglijden. Klopt die bewering?De twee krachten op een uitglijdende schaatser zijn de glijwrijvingskracht *F*w,g (tussen de schaatsen en het ijs) en de luchtwrijvingskracht *F*w,l:• *F*w,g = *c*g⋅*F*n = *c*g⋅*m*⋅*g*. Hierin is *c*g de glijwrijvingscoëfficiënt, *F*n de normaalkracht (van het ijs op de schaatser), *m* de massa van de schaatser en *g* de zwaartekrachtconstante (9,8 N/kg).• *F*w,l = ½⋅*c*w⋅*A*⋅*ρ*⋅*v*2. Hierin is *c*w de luchtwrijvingscoëfficiënt, *A* het frontaal oppervlak van de schaatser, *ρ* de dichtheid van de lucht en *v* de snelheid van de schaatser. |

Figuur 2 – Praktijkprobleem uitglijdende schaatser: vraagstelling en fysische informatie.

## 5 Afdalende wielrenner

Los het praktijkprobleem van figuur 3 op door aanpassing/uitbreiding van het basis­model voor kracht en beweging uit opdracht 3.

|  |  |
| --- | --- |
| **Gegevens***v*b = 0 m/s*m* = 80 kg*α* = 10·2π/360 (10°)*c*r = 0,0020*c*w = 0,80*A* = 0,40 m2 *ρ* = 1,125 kg/m3 | PraktijkprobleemEen wielrenner tijdens de afdaling in een bergetappe… Wie gaat er in een afdaling zonder te trappen sneller: een zware of een lichte wielrenner?De drie krachten op een afdalende wielrenner zijn de rolwrijvingskracht *F*w,r (tussen de banden en het wegdek), de luchtwrijvingskracht *F*w,l en de component *F*z,x van de zwaartekracht langs de helling:• *F*w,r = *c*r⋅*F*n = *c*r⋅*m*⋅*g*·(cos *α*). Hierin is *c*r de rolwrijvingscoëfficiënt, *F*n de normaalkracht (van het wegdek op de wielrenner), *m* de massa van de wielrenner, *g* de zwaartekrachtconstante (9,8 N/kg) en *α* de hellingshoek.• *F*w,l = ½⋅*c*w⋅*A*⋅*ρ*⋅*v*2. Hierin is *c*w de luchtwrijvingscoëfficiënt, *A* het frontaal oppervlak van de wielrenner, *ρ* de dichtheid van de lucht en *v* de snelheid van de wielrenner.• *F*z,x = *F*z·(sin *α*) = *m*·*g*·(sin *α*). Hierin is *F*z de zwaartekracht op de wielrenner, *m* de massa van de wielrenner, *g* de zwaartekrachtconstante (9,8 N/kg) en *α* de hellingshoek. |

Figuur 3 – Praktijkprobleem afdalende wielrenner: vraagstelling en fysische informatie.

**6 Trilling**

Bij de meeste bewegingen heb je te maken met een snelheidsafhankelijke kracht, zoals de luchtwrijvingskracht. Er zijn echter ook bewegingen waarbij je te maken hebt met een afstandsafhankelijke kracht. Een voorbeeld is de beweging van een massa-veersysteem onder invloed van de zwaartekracht *F*z en de afstandsafhankelijke veerkracht *F*v = *C*·*u*. Hierin is *C* de veerconstante en *u* de uitrekking van de veer.

• Ontwerp, bouw en test een computermodel voor de trilling van een massa-veersysteem als uitbreiding van het basismodel voor kracht en beweging uit opdracht 3.

• Onderzoek met het model het effect van variaties in de beginuitwijking (amplitudo), de massa van het voorwerp en/of de veerconstante van de veer. Ga ook na hoe de trilling verandert als je in het model een snelheidsafhanke­lijke wrijvingskracht *F*w = *c*⋅*v* opneemt.

**7 Resonantie**

Een voorwerp aan een veer voert een trilling uit: zie opdracht 6. Voor de eigenfrequentie *f*o van zo’n massa-veersysteem geldt: $f\_{o}=1/(2π∙\sqrt{m/C})$. We kunnen dit systeem een gedwongen trilling opleggen door het ophangpunt van de veer te laten trillen met een frequentie *f* en een (kleine) amplitudo. Dat betekent een extra, ‘van buitenaf opgedrongen’ kracht *F*d op het massa-veersysteem. Deze extra kracht *F*d varieert sinusvormig in de tijd *t*, en wordt gegeven door de volgende formule: *F*d = *F*d,m⋅sin (2π⋅*f*⋅*t*). Hierin is *F*d,m de maximale waarde van de extra kracht, en *f* de frequentie waarmee deze extra kracht het ophangpunt laat trillen. Door het opleggen van zo’n gedwongen trilling kan *resonantie* optreden, waarbij de amplitudo van de trilling van het massa-veersysteem een zeer grote waarde krijgt.

• Ontwerp, bouw en test een computermodel voor de gedwongen trilling van een massa-veersysteem als uitbreiding van het model van een trilling uit opdracht 6.

• Onderzoek met het model bij welke frequentie *f* van de gedwongen trilling resonantie optreedt bij een massa-veersysteem met een eigenfrequen­tie *f*o. Neem in het model een snelheidsafhankelijke wrijvingskracht *F*w = *c*⋅*v* op, om te vermijden dat de amplitudo van de trilling voortdurend blijft toenemen.

**8 Planeetbaan**

 De baan van een planeet rond de zon is een combinatie van bewegingen in de x- en y-richting onder invloed van de gravitatiekracht *F*g = *G*·*M*·*m*/*r*2. Voor de componenten van de gravitatiekracht in de x- en y-richting geldt (zie figuur 4): *F*g,x = –*F*g·*x*/*r* en *F*g,y = –*F*g·*y*/*r*. En voor de afstand *r* tussen de planeet en de zon geldt: $r=\sqrt{x^{2}+y^{2}}$.

Figuur 4 – De beweging van een planeet (blauw) rond een ster (geel) is een combi­natie van een beweging in de x-richting en een beweging in de y-richting.

+

+

*F*g,x

*F*g,y

*F*g

*x*

*y*

*r*

 • Ontwerp, bouw en test een computermodel voor de beweging van een planeet rond de zon als uitbreiding van het basismodel voor kracht en beweging uit opdracht 3. Maak de baan van de planeet zichtbaar in een *x*,*y*-diagram. Ga na hoe je het modelresultaat – en dat is in eerste instantie meestal een ellipsbaan – kunt veranderen in een cirkelbaan.

 • Onderzoek met het model de relatie tussen de baanstraal *r* en de baan­snelheid *v* van de planeten in het zonnestelsel, ervan uitgaande dat deze in cirkelbanen rond de zon bewegen. Ga na of de modelresultaten voldoen aan de theoretische relatie *v*2·*r* = *G*·*M*. Deze relatie volgt uit het feit dat de gravitatiekracht *F*g op een planeet de voor een cirkelbaan benodigde middelpuntzoekende kracht *F*mpz levert: *F*g = *F*mpz.

**9 Basismodel warmte en temperatuur**

De basisvergelijking van een model voor warmte en temperatuur is de defini­tie van het vermogen *P*: *P* = Δ*E*/Δ*t*. De (absolute) temperatuur *T* van een voorwerp is in een computermodel te definiëren als het quotiënt van ‘iets als’ de ‘energie-inhoud’ *E*inh en de warmtecapaciteit *C* van het voorwerp:

*T* = *E*inh/*C*.

• Ontwerp en bouw een basismodel voor warmte en temperatuur waarin de tempera­tuur van een voorwerp bij opwarmen en/of afkoelen zichtbaar is in een *T*,*t*-diagram.

• Test het gebouwde model: ga na of het model kwalitatief en kwantitatief de juiste resultaten levert bij een constant ingaand vermogen (opwarmen zonder warmteafgifte), bij een temperatuurafhankelijk uitgaand vermogen (afkoelen onder invloed van een temperatuurverschil tussen voorwerp en omge­ving) en bij een combinatie van beide processen (opwarmen met warmteafgifte).

**10 Broeikaseffect**

In deze opdracht maak je computermodellen van een Aarde zonder en met atmosfeer voor onderzoek van het broeikaseffect. Gebruik hierbij de fysische modellen van een Aarde zonder en met atmosfeer in figuur 5 en 6.

• Ontwerp, bouw en test een computermodel van een gemiddelde Aarde zonder atmosfeer, uitgaande van het basismodel voor warmte en temperatuur uit opdracht 9. Voorspel het effect van variaties in de zonneconstante *S*Z en de albedo *α* van het aardoppervlak op de evenwichtstemperatuur. Contro­leer je voorspellingen met het computermodel.

• Ontwerp, bouw en test een uitbreiding van dit eerste model tot een computermodel van een gemiddelde Aarde met atmosfeer. Voorspel het effect van variaties in de zonneconstante *S*Z, de albedo *α* van het aardopper­vlak en de absorptie-/emissiecoëfficiënt *ε* van de atmosfeer (die afhankelijk is van de concentratie broeikasgassen) op de evenwichts­temperaturen. Contro­leer je voorspellingen met het computermodel.

|  |
| --- |
| **Symbolen***R* straal Aarde*S*z zonneconstante*α* albedo aardopper­vlak*σ* constante van Stefan-Boltzmann*T* absolute tempera­tuur aardopper­vlak$$P\_{in}=π∙R^{2}∙S\_{z}$$$P\_{rfl}=α∙P\_{in}$ $P\_{abs}=(1-α)∙P\_{in}$ $$P\_{str}=σ∙4π∙R^{2}∙T^{4}$$$$T$$aardoppervlak |

Figuur 5 – Fysisch model van een Aarde zonder atmosfeer: het op een aardlaag van 1 m2 invallend, gereflec­teerd, geabsorbeerd en uitgestraald vermogen. Voor de albedo van een ‘kaal’ aardoppervlak geldt: *α* ≈ 0,1. Voor het berekenen van de temperatuur *T* aan het aardoppervlak uit de ‘energie-inhoud’ van de aardlaag is de warmtecapaciteit *C*ard van die laag nodig (*T* = *E*inh,ard/*C*ard). Neem daarvoor *C*ard = 6,5·105 J/K.

|  |
| --- |
| $P\_{abs,atm}=ε∙P\_{str}$ $$P\_{str,atm}=ε∙σ∙4π∙R^{2}∙T\_{atm}^{4}$$$$T\_{atm}$$atmosfeer$$P\_{str,atm}=ε∙σ∙4π∙R^{2}∙T\_{atm}^{4}$$$$P\_{in}=π∙R^{2}∙S\_{z}$$$P\_{rfl}=α∙P\_{in}$ $P\_{abs}=(1-α)∙P\_{in}$ $$P\_{str}=σ∙4π∙R^{2}∙T^{4}$$$$T$$aardoppervlak**Symbolen***ε* absorptie-/emissiecoëfficiënt atmosfeer*T*atm absolute tempera­tuur atmosfeer |

Figuur 6 – Fysisch model van een Aarde met atmosfeer: het op een aardlaag en een daarboven liggende atmosfeerlaag van 1 m2 invallend, gereflec­teerd, geabsorbeerd en uitgestraald vermogen. Voor de albedo van het huidige aardoppervlak en voor de absorptie-/emissiecoëfficiënt van de huidige atmosfeer geldt: *α* ≈ 0,3 en *ε* ≈ 0,8. Voor het berekenen van de temperatuur *T*atm van de atmosfeer uit de ‘energie-inhoud’ van de atmosfeerlaag is de warmtecapaciteit *C*atm van die laag nodig (*T*atm = *E*inh,atm/*C*atm). Neem daarvoor *C*atm = 3·106 J/K.