



## Uitwerking keuzeonderwerpen

### Keuzeonderwerp 6

#### NEWTON OF KEPLER

- 1**
- a** Rood is aantrekkend: is de rode kant dichterbij de zon, dan komt Mars dichterbij de zon.
  - b** In het aphelium (E in figuur 3) is Mars verder van de zon, zodat het species daar dunner is dan in het perihelium (A in figuur 3): Mars wordt dus in E minder sterk meegesleept dan in A en beweegt daardoor in E langzamer.
- 2 Kepler-Mars**
- a** –
  - b** –
  - c** Rotatiesnelheid zon:  $R = 20$ . Aantal 'magnetische draden' Mars:  $N_M = 260$ . Omlooptijd Mars in de simulatie:  $T_M = 687$  dagen. Baan en omlooptijd zijn nu beide juist.
  - d** Van één planeet is nu de beweging verklaard, maar niet van alle planeten.
- 3 Newton-Mars**
- a** –
  - b** –
  - c** Massa zon:  $M = 2000$ . Omlooptijd Mars in de simulatie:  $T_M = 687$  dagen. Baan en omlooptijd zijn nu beide juist.
  - d** Van één planeet is nu de beweging verklaard, maar niet van alle planeten.
- 4**
- In de tabel hieronder staan de antwoorden van Kepler en Newton op de vier vragen voor het verklaren van de beweging van de planeet Mars (en de andere planeten).

	Kepler	Newton
Wat is de invloedloze beweging van het voorwerp?	Stilstand	Eenparige rechtlijnige beweging
Welke voorwerpen beïnvloeden de beweging van dit voorwerp?	Zon	Zon
Welke invloed heeft elk van die voorwerpen?	Sleepkracht loodrecht op de lijn Mars-zon en magnetische kracht in de richting van de zon (afstotend en aantrekkend)	Gravitatiekracht in de richting van de zon
Wat is het effect van die invloeden op de beweging van het voorwerp?	De sleepkracht veroorzaakt een snelheid en trekt Mars rond in een cirkelbaan, de magnetische kracht maakt van de cirkelbaan een ellipsbaan	De gravitatiekracht veroorzaakt een versnelling, waardoor de snelheid van richting en (in een ellipsbaan) van grootte verandert.

#### 5 Kepler-Aarde

- a** Vergeleken met Mars kun je het aantal 'magnetische draden' van de aarde aanpassen, maar de rotatiesnelheid van de zon niet: die moet hetzelfde zijn als bij Mars.



- b** Rotatiesnelheid zon:  $R = 20$ . Aantal 'magnetische draden' Aarde:  $N_A = 90$ . Omlooptijd Aarde in de simulatie:  $T_A = 300$  dagen. Bij deze waarden van  $R$  en  $N_A$  komt de berekende baan overeen met de waargenomen baan van de aarde, maar de omlooptijd  $T_A$  is te klein. Voor een grotere waarde van  $T_A$  is een kleinere waarde van  $R$  nodig – maar dat mag niet.
- c** Rotatiesnelheid zon:  $R = 16$ . Aantal 'magnetische draden' Aarde:  $N_A = 85$ . Omlooptijd Aarde in de simulatie:  $T_A = 365$  dagen. Bij deze waarden van  $R$  en  $N_A$  komt de berekende baan overeen met de waargenomen baan van de aarde, en is de omlooptijd  $T_A$  in de simulatie in overeenstemming met de waargenomen omlooptijd. Maar nu is de rotatiesnelheid  $R$  van de zon voor Mars en Aarde verschillend – en dat kan niet.

## 6 Newton-Aarde

- a** Je mag niets aanpassen vergeleken met de planeet Mars: de massa van de zon moet hetzelfde zijn.
- b** Massa zon:  $M = 2000$ . Omlooptijd aarde in de simulatie:  $T_A = 365$  dagen. Baan en omlooptijd zijn nu beide juist, bij dezelfde waarde voor de massa  $M$  van de zon als in opdracht **3c**.

## 7 Newton-Zonnestelsel

- a** De aannames van Newton geven voor de beweging van Mars en de aarde de juiste verklaring, die van Kepler niet. De rotatiesnelheid van de zon moet immers bij Kepler in beide gevallen (bij Mars en bij de aarde) hetzelfde zijn, maar dat leidt niet tot overeenstemming tussen de berekende en de waargenomen baan.
- b** De verklaring van Newton voldoet ook voor de twee andere planeten Venus en Mercurius: zowel hun baan als hun omlooptijd ( $T_{Me} = 88$  en  $T_V = 225$  dagen) is juist. De baan en omlooptijd van Mars en van de aarde zijn hetzelfde als in opdracht **3c** en **6b**.
- c** We weten nu alleen dat je met de aannames van Newton de bewegingen van vier planeten goed kunt verklaren, maar niet of dat ook voor andere planeten zo is. In principe kan het bij de volgende planeet mis gaan. We moeten nog steeds testen of het goed blijft gaan. En verder zou de verklaring van Newton dan ook moeten gelden voor de beweging van andere hemellichamen dan de planeten, zoals kometen.

## 8 Newton-komeet

- a** De berekende baan wijkt na het 'ronden' van de zon duidelijk af van de waargenomen baan.
- b** Met een kleinere tijdstap komt de berekende baan dicht bij de waargenomen baan, of valt daarmee samen.
- c** Het vertrouwen in de geldigheid van de aannames van Newton groeit: ook voor kometen is er overeenstemming tussen de berekende en de waargenomen baan.

## 9

Een wetenschappelijke theorie voor het verklaren van bewegingen moet:

- overeenstemming geven tussen de berekende en de waargenomen beweging
- algemeen toepasbaar zijn (dus: toepasbaar zijn op alle hemellichamen)



of andere voorwerpen)

- zo eenvoudig mogelijk zijn.

10

- a Nee, het zou best kunnen dat er meer dan één kracht werkzaam is. Op basis van één enkel voorbeeld kun je 'Ockhams Razor' niet toepassen.
- b Naarmate meer extra aannames nodig zijn om de verklaring kloppend te maken, zal steeds meer aan die verklaring getwijfeld worden. Als een andere verklaring geen extra aannames nodig heeft en toch steeds goed voldoet groeit het vertrouwen daarin. Op den duur wint de verklaring van Newton het – je gebruikt dan 'Ockhams Razor'.
- c Niemand weet hoe iets zou bewegen als er helemaal geen invloed zou werken, want die situatie bestaat nergens. Maar de aannames van Newton leveren een theorie op die heel goed werkt: dan zijn die aannames dus waardevol, al weten we niet zeker of ze waar zijn.
- d Newton gaf toe dat hij niet kon uitleggen hoe voorwerpen zwaartekracht op elkaar uitoefenen. In die zin is het antwoord niet overtuigend. Maar een beter antwoord is er niet.

#### COMPUTERSIMULATIES

De zes computersimulaties bij dit keuzeonderwerp zijn gemaakt in Coach7. De beweging van planeten en kometen rond de zon is zichtbaar in het animatievenster (rechtsonder), waarin de waargenomen baan is ingetekend. In het modelvenster (linksboven) staan de rekenregels en startwaarden, zodat leerlingen desgewenst – als vervolg op het modelleren van planeetbanen in opdracht **W11** van het basisboek – kunnen nagaan hoe de theorieën van Kepler en Newton in de simulaties zijn verwerkt. De verschillende grootheden in de modellen zijn zodanig geschaald dat de tijdmetreer in het meetvenster (links-onder) de tijd weergeeft in de eenheid dag.

**Newton-model** – Standaardmodel (zoals in opdracht **W11** van het basisboek) met een naar de zon gerichte gravitatiekracht  $F_g$ , afhankelijk van de massa  $M$  van de zon en de baanstraal  $r$  ( $F_g = G \cdot M \cdot m / r^2$ ) – zie figuur 1. Modelregels:

$$t = t + dt$$

$$r = \text{Sqr}(\text{Sqr}(x) + \text{Sqr}(y))$$

$$F_g = G \cdot M \cdot m / \text{Sqr}(r)$$

$$F_{gx} = -F_g \cdot x / r$$

$$F_{gy} = -F_g \cdot y / r$$

$$a_x = F_{gx} / m$$

$$a_y = F_{gy} / m$$

$$v_x = v_x + a_x \cdot dt$$

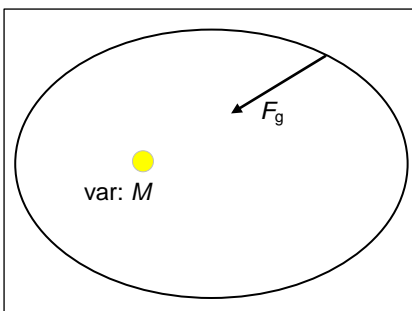
$$v_y = v_y + a_y \cdot dt$$

$$x = x + v_x \cdot dt$$

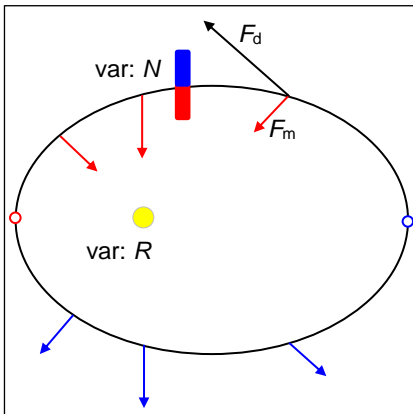
$$y = y + v_y \cdot dt$$

Het planeetmodel draait met een tijdstap  $dt = 0,5$ . Het komeetmodel moet met een duidelijk kleinere (in de simulatie instelbare) tijdstap  $dt = 0,02$  draaien om de juiste beweging rond de zon te kunnen maken. Bij grotere waarden van de tijdstap treden (lichte) afwijkingen op.

**Kepler-model** – Aangepast model met een loodrecht op de baanstraal gerichte 'draaikolkracht'  $F_d$ , afhankelijk van de rotatiesnelheid  $R$  van de zon en de baanstraal  $r$  ( $F_d = k \cdot R / r$ ), en met een naar/vanaf de zon gerichte 'magneet-



Figuur 1 – Newton-model



Figuur 2 – Kepler-model

kracht'  $F_m$ , afhankelijk van het aantal 'magnetische draden'  $N$  van de planeet, de positie  $y$  en de baanstraal  $r$  ( $F_m = b \cdot N \cdot |y/r|$ ) – zie figuur 2. De baansnelheid  $v$  heeft de richting van en is recht evenredig met de (vector)som van de krachten  $F_d$  en  $F_m$  ( $v = c \cdot (F_d + F_m)$ ). Modelregels:

$$t = t + dt$$

$$r = \text{Sqrt}(\text{Sqr}(x) + \text{Sqr}(y))$$

$$F_d = k \cdot R / r$$

$$F_{dx} = -F_d \cdot y / r$$

$$F_{dy} = F_d \cdot x / r$$

$$F_m = b \cdot N \cdot \text{Abs}(y/r)$$

$$\text{Als } y > 0 \text{ Dan } F_{mx} = -F_m \cdot x / r \text{ Anders } F_{mx} = F_m \cdot x / r \text{ Eindals}$$

$$\text{Als } y > 0 \text{ Dan } F_{my} = -F_m \cdot y / r \text{ Anders } F_{my} = F_m \cdot y / r \text{ Eindals}$$

$$v_x = c \cdot (F_{dx} + F_{mx})$$

$$v_y = c \cdot (F_{dy} + F_{my})$$

$$x = x + v_x \cdot dt$$

$$y = y + v_y \cdot dt$$

Het model draait met een kleine tijdstap  $dt = 0,1$  (een factor 5 kleiner dan de tijdstap in het Newton-model) om ervoor te zorgen dat de planeet na één omloop weer (vrijwel) in het startpunt terecht komt.

Bij  $N = 0$  is de baan een cirkelbaan met de zon als middelpunt. De omlooptijd  $T$  hangt af van de waarde van  $R$ .

De stand van de 'magneet' in de planeet verandert niet, zodat  $F_m$  in de loop van het doorlopen van de baan verandert van aantrekkend (rode pijlen) in afstotend (blauwe pijlen), en nul is in het Aphelium en Perihelium.

In het model zijn  $R$  en  $N$  voor een bepaalde planeet recht evenredig, waardoor voor verschillende planeten bij eenzelfde waarde van  $R$  een voor die planeet bijpassende waarde van  $N$  te vinden is waarbij de berekende baan overeenkomt met de waargenomen baan. Dat maakt een keuze voor één van beide bewegingstheorieën (Kepler of Newton) nog niet voor-de-hand-liggend. Bij eenzelfde waarde van  $R$  voor beide planeten zijn echter de omlooptijden niet in overeenstemming te krijgen met de waargenomen omlooptijden: als dat voor de ene planeet is gelukt, dan klopt de omlooptijd van de andere planeet niet (en is voor die planeet een andere waarde van  $R$  nodig).