

6.1 Probleemoplossen Achtergrondinformatie

Domeinspecifieke probleemoplosstrategieën

Inleiding

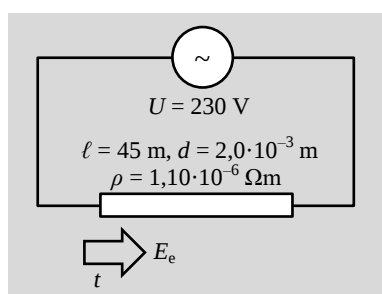
In het stuk *Kennisbasis en probleemoplossen* op de handboekwebsite staan twee algemene probleemoplosstrategieën: een fasering van het proces in analyse, planning, uitwerking en controle (ofwel de *systematische probleemaanpak*, SPA), en binnen dat proces het ‘werken vanuit het gevraagde’. Een voorwaarde voor probleemoplossen met behulp van deze strategieën in een bepaald leerstof-domein is een voldoende *kennisbasis*. Voor succesvol probleemoplossen zijn echter vaak ook domeinspecifieke, aan die kennisbasis gekoppelde oplosstrategieën nodig. Daarbij gaat het vooral om een nadere invulling van de fasen analyse en planning in de systematische probleemaanpak.

Hieronder staan voorbeelden van die domeinspecifieke oplosstrategieën rond elektrische schakelingen en rond kracht en beweging. Bij de behandeling van het betreffende leerstofdomein kunnen die oplosstrategieën naar aanleiding van concrete ervaringen van leerlingen expliciet worden gemaakt.

Elektrische schakelingen

Algemene elementen in de fase van probleemanalyse zijn tekening maken, gegevens (in standardeenheden) op een rij zetten en het gevraagde identificeren.

Bij opgaven over elektrische schakelingen bestaat die tekening uit een schakelschema, waarin direct de gegevens en het gevraagde kunnen worden opgenomen: zie de opgave over de elektrische boiler in figuur 1.

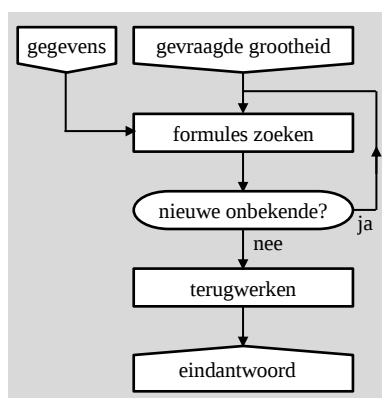


Figuur 2

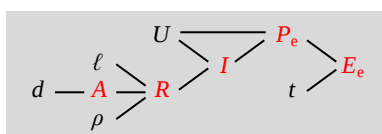
1 Elektrische boiler

Een elektrische boiler is aangesloten op de netspanning. Het verwarmingselement van de boiler is gemaakt van nichroomdraad met een lengte van 45 m en een diameter van 2,0 mm. Hoeveel kWh elektrische energie verbruikt deze boiler als hij 4,5 uur is ingeschakeld?

Figuur 1



Figuur 3 – Stroomschema voor probleemoplossen ‘vanuit het gevraagde’.



Figuur 4

Analyse – De gegevens over het verwarmingselement lijken duidelijk: lengte ℓ , diameter d en inschakeltijd t . Voor leerlingen lastiger te zien zijn de twee ‘verborgen’ gegevens: de aansluiting op de netspanning U (van 230 V) en de legering nichroom als draadmateriaal (met volgens Binas een soortelijke weerstand ρ van $1,10 \cdot 10^{-6} \Omega\text{m}$). Het overzicht van de gegevens en het gevraagde in een schakelschema ziet er dan uit als in figuur 2.

Planning – Met het werken vanuit het gevraagde (E_e) volgens het stroomschema van figuur 3 komt de planning van het probleemoplossen er dan als volgt uit te zien: $E_e = P_e \cdot t$, nieuwe onbekende $P_e = U \cdot I$, nieuwe onbekende $I = U/R$, nieuwe onbekende $R = \rho \cdot \ell / A$, nieuwe onbekende $A = \frac{1}{4}\pi \cdot d^2$. In de volgende fase is de uitwerking van het probleem een kwestie van de reeks formules in omgekeerde richting invullen. Deze planning is ook te visualiseren in de vorm van het rekenschema van figuur 4.

Serie- en parallelschakeling

Een standaardvraagstuk bij de serieschakeling is het berekenen van de spanningsverdeling over de weerstanden in een opgave als die van figuur 5.

Analyse – De kenmerken van een serieschakeling zijn: de stroomsterkte in elk van de weerstanden is gelijk, de spanning van de spanningsbron verdeelt zich over de weerstanden.

Planning – Voor het berekenen van de spanningsverdeling over de in serie

geschakelde weerstanden zijn drie stappen nodig:

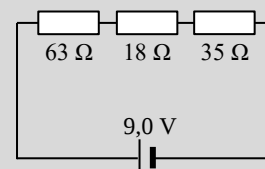
- Bereken de vervangingsweerstand R_v van de schakeling: $R_v = R_1 + R_2 + \dots$
- Bereken met die vervangingsweerstand de stroomsterkte I in de schakeling: $I = U/R_v$
- Bereken met die stroomsterkte de spanningen $U_1, U_2, \dots$ over elk van de weerstanden: $U_1 = I \cdot R_1, U_2 = I \cdot R_2, \dots$

Controle – Ga in de volgende stap na of de berekende spanningsverdeling over de in serie geschakelde weerstanden juist is:

- Controleer of de som van de berekende spanningen $U_1, U_2, \dots$ gelijk is aan de spanning U van de spanningsbron, want in een serieschakeling geldt: $U = U_1 + U_2 + \dots$

2 Spanningsverdeling

In de figuur hiernaast zie je een serieschakeling van drie weerstanden, aangesloten op een spanningsbron. Bereken de spanning over elk van de drie weerstanden.



Figuur 5

Een standaardvraagstuk bij de parallelschakeling is het berekenen van de stroomverdeling over de weerstanden in een opgave als die van figuur 6.

Analyse – De kenmerken van een parallelschakeling zijn: de spanning over elk van de weerstanden is gelijk, de stroom die de spanningsbron levert verdeelt zich over de weerstanden.

Planning – Voor het berekenen van de stroomverdeling over de parallel geschakelde weerstanden is maar één stap nodig:

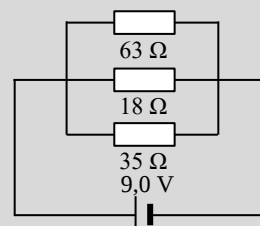
- Bereken de stroomsterkte $I_1, I_2, \dots$ in elk van de weerstanden: $I_1 = U/R_1, I_2 = U/R_2, \dots$

Controle – Ga in de volgende drie stappen na of de berekende stroomverdeling over de parallel geschakelde weerstanden juist is:

- Bereken de vervangingsweerstand R_v van de schakeling: $1/R_v = 1/R_1 + 1/R_2 + \dots$
- Bereken met die vervangingsweerstand de stroomsterkte I die de spanningsbron levert: $I = U/R_v$
- Controleer of de som van de berekende stroomsterktes $I_1, I_2, \dots$ gelijk is aan de stroomsterkte I die de spanningsbron levert, want in een parallelschakeling geldt: $I = I_1 + I_2 + \dots$

3 Stroomverdeling

In de figuur hiernaast zie je een parallelschakeling van drie weerstanden, aangesloten op een spanningsbron. Bereken de stroomsterkte in elk van de drie weerstanden.



Figuur 6

Combinatieschakeling

Rekenen aan combinatieschakelingen is voor veel leerlingen lastig. Naast de wet van Ohm ($U = I \cdot R$) moet er een keuze gemaakt worden uit de in figuur 7 weergegeven regels voor de serie- en parallelschakeling. Vaak is het voor leerlingen moeilijk om te zien waar je moet beginnen, en om tijdens de berekeningen overzicht te houden.

Er zijn twee hulpmiddelen om tijdens het oplossen van een opgave als die van figuur 8 overzicht te houden: het bijhouden van de gegevens en het resultaat van de berekeningen in een tekening zoals figuur 9 of een tabel zoals figuur 10.

Analyse – Bij de opgave van figuur 8 is – met de regels voor serie- en parallel-

schakeling in het achterhoofd – eigenlijk ook sprake van ‘verborgen gegevens’: de stroomsterkte in weerstand R_3 volgt direct uit de twee gegeven stroomsterktes ($I_3 = I - I_2 = 0,120$ A), en de spanning over de weerstanden R_2 en R_3 volgt direct uit de twee gegeven spanningen ($U_2 = U_3 = U - U_1 = 3,0$ V).

Planning – Na de analysefase is zowel de spanning over als de stroomsterkte in elk van de drie weerstanden bekend, zodat de gevraagde weerstandswaarden eenvoudig met $R = U/I$ te berekenen zijn. Dit illustreert het belang van een ‘diepgaande’ analyse van het probleem met de bestaande kennis over de eigenschappen van de serie- en parallelschakeling.

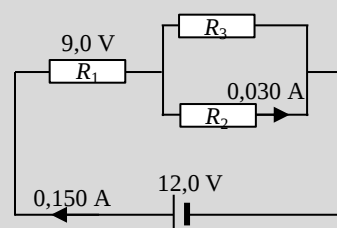
	Serieschakeling	Parallelschakeling
Spanningsregel	$U_{\text{bron}} = U_1 + U_2$	$U_{\text{bron}} = U_1 = U_2$
Stroomregel	$I_{\text{bron}} = I_1 = I_2$	$I_{\text{bron}} = I_1 + I_2$
Weerstandsregel	$R_{\text{tot}} = R_1 + R_2$	$1/R_{\text{tot}} = 1/R_1 + 1/R_2$

Figuur 7 – De spannings-, stroom- en weerstandsregel in serie- en parallelschakelingen.

4 Combinatieschakeling

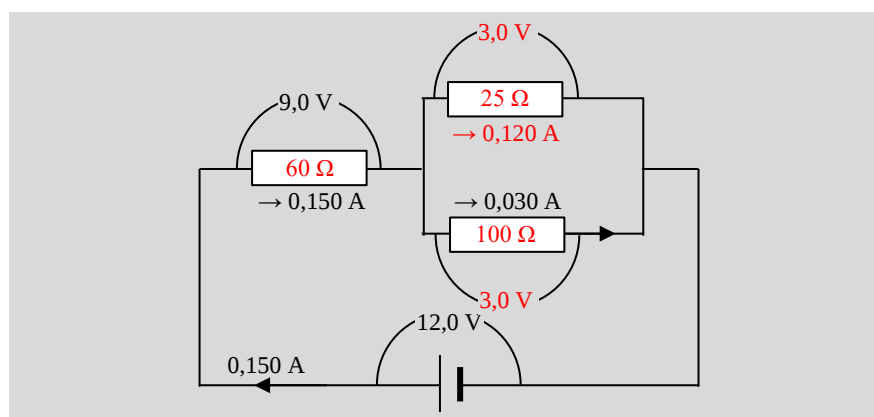
In de figuur hiernaast zie je een combinatieschakeling met enkele gegevens over de spanning en de stroomsterkte: de spanningsbron heeft een spanning $U = 12,0$ V en levert een stroomsterkte $I = 0,150$ A, over de weerstand R_1 staat een spanning $U_1 = 9,0$ V, en in de weerstand R_2 is de stroomsterkte $I_2 = 0,030$ A.

Bereken de waarde van elk van de drie weerstanden in deze schakeling.



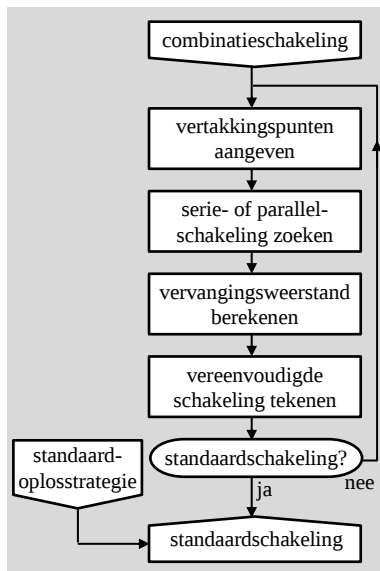
Figuur 8

Figuur 9 – Kenmerken van de tekening zijn: a) de spanning met twee boogjes over de weerstand, b) de stroom met een pijl naast de weerstand, en c) de weerstandswaarde geplaatst in de weerstand.



Figuur 10 – Kenmerken van de tabel zijn: a) in de kolommen de spanning, stroom en weerstand van de bron en de aparte weerstanden, b) de U -, I - en R -regels gelden voor de kolommen, en c) de wet van Ohm geldt voor de rijen.

	U (V)	I (A)	R (Ω)	
Bron	12,0	0,150	80	$\leftarrow U_{\text{bron}} = I_{\text{bron}} \cdot R_{\text{tot}}$
R_1	9,0	0,150	60	$\leftarrow U_1 = I_1 \cdot R_1$
R_2	3,0	0,030	100	$\leftarrow U_2 = I_2 \cdot R_2$
R_3	3,0	0,120	25	$\leftarrow U_3 = I_3 \cdot R_3$
$R_2 + R_3$	3,0	0,150	20	$\leftarrow U_{2,3} = I_{2+3} \cdot R_{2+3}$
	U -regel $\uparrow$	I -regel $\uparrow$	R -regel $\uparrow$	



Figuur 13 – Stroomschema voor het vereenvoudigen van een combinatie-schakeling tot een standaardschakeling.

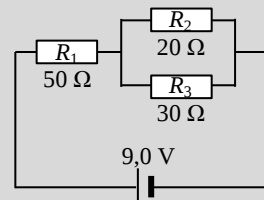
Een derde hulpmiddel bij het oplossen van opgaven over combinatieschakelingen is het vereenvoudigen van de schakeling tot een *standaardschakeling* waarvan de eigenschappen bekend zijn: een serie- of parallelschakeling.

Voor opgaven zoals die in figuur 11 en 12 ‘werkt’ deze oplosmethode in de fasen analyse en planning volgens het stroomschema van figuur 13 op de volgende manier:

- Teken de gegeven *combinatieschakeling*.
- Geef in die tekening de *vertakkingspunten* aan: de punten waar de stroom zich splitst in twee (of meer) stromen en de punten waar twee (of meer) stromen weer bij elkaar komen.
- Zoek tussen twee vertakkingspunten naar een *serieschakeling* of een *parallelschakeling*.
- Bereken de *vervangingsweerstand* van de gevonden serie- of parallelschakeling.
- Teken met behulp van deze vervangingsweerstand de *vereenvoudigde schakeling*.
- Ga na of deze vereenvoudigde schakeling een *standaardschakeling* is. Zo ja, dan kun je deze schakeling verder doorrekenen (afhankelijk van wat er is gegeven en wat er wordt gevraagd). Zo nee, laat dan het stroomschema nog een keer los op de vereenvoudigde schakeling, tot er uiteindelijk wél een standaardschakeling ontstaat.

5 Combinatieschakeling

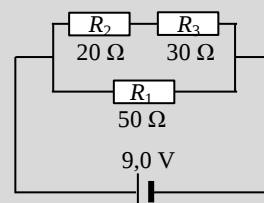
In de figuur hiernaast zie je een schakeling van drie weerstanden, aangesloten op een spanningsbron. Bereken de stroomsterkte in de weerstanden R_2 en R_3 .



Figuur 11

6 Combinatieschakeling

In de figuur hiernaast zie je een schakeling van drie weerstanden, aangesloten op een spanningsbron. Bereken de spanning over de weerstanden R_2 en R_3 .



Figuur 12

Krachten samenstellen en ontbinden

Algemene elementen in de fase van probleemanalyse zijn tekening maken, gegevens (in standaardeenheden) op een rij zetten en het gevraagde identificeren.

Bij opgaven over krachten bestaat die tekening uit een krachtsituatie met het voorwerp en de krachten die daarop worden uitgeoefend: zie de opgave over de kogelstoter in figuur 14.

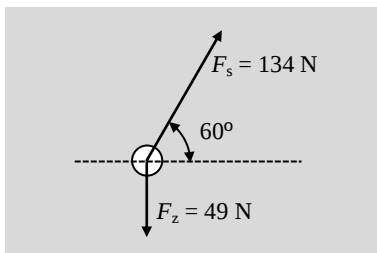
7 Kogelstoter

Een kogelstoter stoot een kogel met een massa van 5,0 kg weg, zoals in de figuur hiernaast. Tijdens het wegstoten is de luchtwrijvingskracht op de kogel verwaarloosbaar klein. De spierkracht van de kogelstoter op de kogel is 134 N onder een hoek van 60° met de grond.

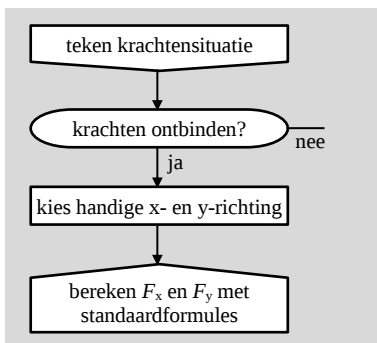
Bereken de resultante van de krachten op de kogel (en daarmee de richting waarin de kogel wordt weggestoten).



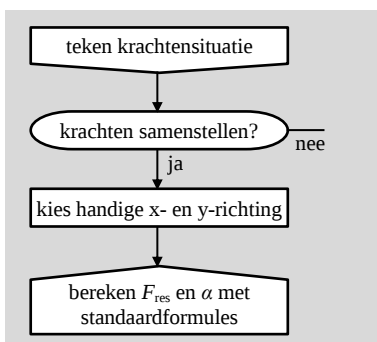
Figuur 14



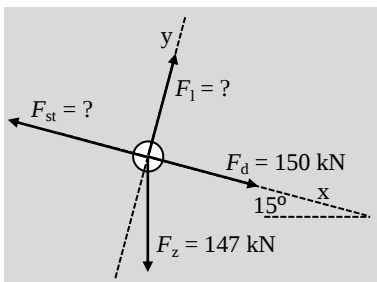
Figuur 15



Figuur 16 – Stroomschema voor probleemoplossen bij het ontbinden van een kracht in twee onderling loodrechte richtingen.



Figuur 17 – Stroomschema voor probleemoplossen bij het samenstellen van twee onderling loodrechte krachten.



Figuur 19

Analyse – De standaardvragen bij de analyse van een krachtsituatie zijn de volgende: om *welk voorwerp* gaat het, *welke krachten* worden op dat voorwerp uitgeoefend, en *welke grootte en richting* hebben die krachten?

Het voorwerp waar het in deze opgave om gaat is de kogel. Daarop worden twee krachten uitgeoefend: de zwaartekracht F_z en de spierkracht F_s . De zwaartekracht is te zien als een ‘verborgen gegeven’: $F_z = m \cdot g = 49 \text{ N}$. Dat leidt tot de in figuur 15 weergegeven krachtsituatie.

Planning – De standaardvraag bij de planning van het oplossen van een krachtsituatie is de volgende: is het nodig om krachten te ontbinden en/of samen te stellen? Als het antwoord op die vraag ‘ja’ is, kan gewerkt worden volgens de stroomschema’s in figuur 16 en/of 17.

In deze opgave moet F_s worden ontbonden in een geschikt gekozen of voorde-hand-liggende x- en y richting (horizontaal resp. verticaal) met behulp van de daarvoor beschikbare standaardformules: $F_x = F \cdot \cos \alpha$ en $F_y = F \cdot \sin \alpha$. Daarna is in deze opgave het samenstellen van krachten aan de orde door eerst in de y-richting de resultante $F_{\text{res},y}$ van F_z en $F_{s,y}$ te bepalen, en daarna door de resultante F_{res} van $F_{\text{res},y}$ en $F_{s,x}$ te bepalen met de daarvoor beschikbare standaardformules: $F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$ en $\tan \alpha = F_y/F_x$.

Controle – Het resultaat van de berekening is te controleren door de krachtsituatie op schaal te tekenen, daarin de resultante te construeren en na te gaan of de grootte en richting van geconstrueerde resultante overeenstemmen met de berekeningen.

Krachtenevenwicht

Bij een voorwerp dat in rust is of met een constante snelheid beweegt is sprake van krachtenevenwicht. Ook in dat soort situaties kan het ontbinden en samenstellen van krachten een rol spelen. Nieuw daarbij – ten opzichte van het voorgaande – is het toepassen van de regel voor krachtenevenwicht ($\Sigma F = 0$) in de beide (gekozen) richtingen, zoals in de opgave van figuur 18.

8 Vliegtuig

Een straalvliegtuig met een massa m van $15,0 \cdot 10^3 \text{ kg}$ vliegt op een bepaald moment met een snelheid v van 140 m/s . De piloot wil met die snelheid naar een grotere hoogte, en laat het vliegtuig stijgen onder een hoek van 15° met het aardoppervlak.

Op het vliegtuig wordt door de lucht een kracht uitgeoefend die je opgebouwd kunt denken uit een kracht loodrecht op de vliegrichting (de ‘lift’ F_l) en een wrijvingskracht tegen de vliegrichting in (de ‘drag’ F_d). Voor deze laatste kracht geldt $F_d = 150 \text{ kN}$ bij de gegeven snelheid van 140 m/s .

Bereken de ‘lift’ F_l die de lucht op het vliegtuig uitoefent, en bereken de stuwkracht F_{st} die de straalmotoren van het vliegtuig moeten leveren.



Figuur 18

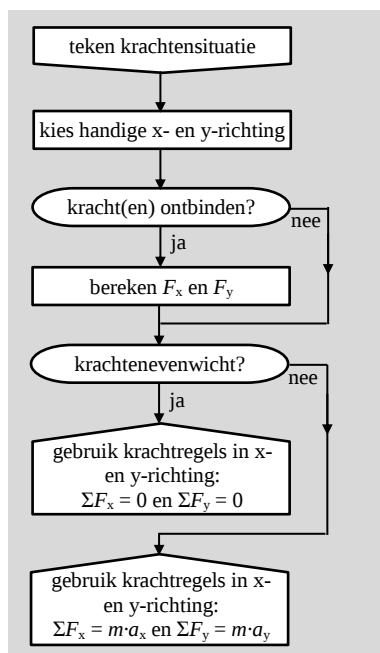
Analyse – Met het vliegtuig als voorwerp ontstaat de krachtsituatie van figuur 19 (ruwweg op schaal).

Planning – De planning is vergelijkbaar met die uit de vorige opgave over de kogelstoter. Door als x-as de bewegingsrichting te kiezen (en de y-as loodrecht daarop), hoeft alleen de zwaartekracht F_z ontbonden te worden. Daarna kan als laatste stap de regel voor krachtenevenwicht worden toegepast in beide richtingen (want: het vliegtuig is in rust in de y-richting en beweegt met een constante snelheid in de x-richting): $\Sigma F_y = F_{z,y} - F_l = 0$ en $\Sigma F_x = F_{\text{st}} - F_d - F_{z,x} = 0$. Daaruit volgen de beide gevraagde krachten.

Controle – Het resultaat van de berekeningen is weer te controleren door de krachtsituatie op schaal te tekenen. Een meer globale controle is de volgende: door de kleine ‘stijghoek’ van 15° zal volgens figuur 19 de berekende ‘lift’ F_l iets kleiner zijn dan de zwaartekracht F_z , en zal de berekende stuwkracht F_{st} iets groter zijn dan de ‘drag’ F_d .

De hierboven gevolgde domeinspecifieke oplosstrategie is eenvoudig uit te breiden naar krachtsituaties waarin geen sprake is van krachterevenwicht in de x- en/of de y-richting. In dat geval worden in de laatste stap de regels $\Sigma F_x = 0$ en $\Sigma F_y = 0$ vervangen door $\Sigma F_x = m \cdot a_x$ en/of $\Sigma F_y = m \cdot a_y$.

Het kader hieronder en het stroomschema van figuur 20 geven stapsgewijs de domeinspecifieke oplosstrategie bij krachtsituaties (al dan niet met krachterevenwicht) weer. Zo'n oplosstrategie is te expliciteren aan de hand van de ervaringen van de leerlingen met het oplossen van een reeks opgaven zoals die van figuur 14 en 18. En dat kan op een vergelijkbare manier ook voor (onderdelen van) andere leerstofdomeinen.



Figuur 20 – Stroomschema voor probleemoplossen rond krachtsituaties.

Domeinspecifieke oplosstrategie: kracht en beweging

Volg de onderstaande stappen bij de *analyse* en *planning* van probleemoplossen rond krachtsituaties.

Analyse

- Om welk *voorwerp* gaat het? Welke *krachten* worden er op dat voorwerp uitgeoefend? En welke *grootte* en welke *richting* hebben die krachten?
- Maak een tekening van de krachtsituatie, en zet de gegevens (in de juiste eenheden) en het gevraagde daarin.
- Is er wel of geen sprake van *krachterevenwicht*? Of, met andere woorden: is het voorwerp in *rust* of beweegt het met een *constante snelheid* langs een *rechte lijn* (wel krachterevenwicht), of beweegt het voorwerp *versneld* (geen krachterevenwicht)?

Planning

- Kies een handige, onderling loodrechte x- en y-as, en definieer de positieve en de negatieve richting. Bij een voorwerp in *rust* is dat meestal een horizontale x-as en een verticale y-as. Bij een *bewegend* voorwerp is dat meestal een x-as in de bewegingsrichting en een y-as loodrecht op die bewegingsrichting.
- Ontbind de krachten – als dat nodig is – langs de gekozen x- en y-as, en bereken de krachtcomponenten met de daarvoor beschikbare standaardformules: $F_x = F \cdot \cos \alpha$ en $F_y = F \cdot \sin \alpha$.
- Stel de krachten en krachtcomponenten langs de gekozen x-as en langs de gekozen y-as samen, en let daarbij op het teken (positief of negatief).
- Pas de regels voor kracht en beweging toe langs de gekozen x-as en langs de gekozen y-as. In een situatie van krachterevenwicht (met het voorwerp in rust of in beweging met een constante snelheid in de x- en/of de y-richting) zijn die regels $\Sigma F_x = 0$ en/of $\Sigma F_y = 0$ (ofwel de eerste wet van Newton). In een situatie zonder krachterevenwicht (met een versnelde beweging van het voorwerp in de x- en/of de y-richting) zijn die regels $\Sigma F_x = m \cdot a_x$ en/of $\Sigma F_y = m \cdot a_y$ (ofwel de tweede wet van Newton).